

TEILCHEN- PHYSIK

UNTERRICHTSMATERIAL AB KLASSE 10

Erstellt in Kooperation mit der Joachim Herz Stiftung

BAND 4

MIKROKURSE



NETZWERK
TEILCHENWELT

Impressum

Herausgeber: Netzwerk Teilchenwelt

Institut für Kern- und Teilchenphysik, TU Dresden, Zellescher Weg 19, 01069 Dresden

Autor: R. Weiß, M. Kobel, G. Quast, T. Unkelbach

Layout und Gestaltung: Nicole Keller, Annett Schuft, Kristina Düllmann, Franziska Viebach

Druck und Verarbeitung: addprint AG, Bannewitz

3. Auflage 2021

Der Inhalt ist urheberrechtlich geschützt.



Das vorliegende Heft wurde im Rahmen des Kooperationsprojektes „Unterrichtsmaterial Teilchenphysik“ der Joachim Herz Stiftung und des Netzwerk Teilchenwelt erstellt. Das Material wurde federführend vom Netzwerk Teilchenwelt unter Leitung von Prof. Dr. Michael Kobel erarbeitet.



DRUM HAB' ICH MICH DER MAGIE ERGEBEN, [...] DASS ICH ERKENNE, WAS DIE WELT IM INNERSTEN ZUSAMMENHÄLT

J.W. Goethe, Faust, Der Tragödie Erster Teil

LIEBE LEHRKRÄFTE,

die Fragen, welche fundamentalen Prinzipien den Aufbau der Materie in unserem Universum bestimmen und was diese Welt „im Innersten zusammenhält“, sind seit jeher Gegenstand der Neugier und des Forschungsdrangs der Menschen. Das vorliegende Unterrichtsmaterial möchte Sie und Ihre Schüler:innen in die faszinierende Welt der Teilchenphysik mitnehmen und aufzeigen, wie Wissenschaftler:innen diese grundlegenden Fragen untersuchen und welche Antworten sie bisher gefunden haben.

In einer intensiven Kooperation haben Netzwerk Teilchenwelt und die Joachim Herz Stiftung mit Lehrkräften, Didaktiker:innen und Forscher:innen daran gearbeitet, dieses Unterrichtsmaterial zu entwickeln. Es soll Ihnen – fachlich korrekt und gleichzeitig praktisch einsetzbar – die Erkenntnisse auf einem für die Schule zugänglichen Niveau darstellen, Basiskonzepte wie Ladungen und Wechselwirkungen herausarbeiten, Hintergrundinformationen zur experimentellen Methodik liefern und Anregungen geben, wie Teilchen- und Astroteilchenphysik im Unterricht behandelt werden können.

Entstanden ist eine Reihe mit vier Bänden, die sowohl gedruckt als auch unter www.teilchenwelt.de/tp kostenfrei erhältlich sind. LADUNGEN, WECHSELWIRKUNGEN UND TEILCHEN (Band 1) führt in die grundlegenden Konzepte der Elementarteilchenphysik ein. FORSCHUNGSMETHODEN (Band 2) thematisiert Aufbau und Funktionsweise von Teilchenbeschleunigern und Detektoren und geht auf die Ziele der Forschung ein. KOSMISCHE STRAHLUNG (Band 3) bietet Einblicke in die experimentelle Untersuchung von kosmischen Teilchen am Beispiel der Myonen. MIKROKURSE (Band 4) liefert voneinander unabhängige Einheiten, die eine Brücke von klassischen Lehrplanthemen zur Teilchenphysik schlagen und in ein bis zwei Unterrichtsstunden umsetzbar sind.

Ich bedanke mich herzlich bei den vielen Lehrkräften, die an den Materialien mitgearbeitet haben, für diesen Band besonders bei Beate Brase, Johannes Betz und Otmar Winkler. Wir hoffen, dass diese Einblicke in die Welt der Elementarteilchen und ihrer Wechselwirkungen die Faszination der modernen Physik für Lehrkräfte und Schüler:innen erfahrbar machen und wünschen Ihnen viel Freude beim Einsatz der Bände.

Michael Kobel

Professor für Teilchenphysik
Technische Universität Dresden

HINWEISE ZUR ARBEIT MIT DEN MATERIALIEN

In den Lehrplänen einiger Bundesländer gibt es noch keinen eigenständigen Themenbereich Teilchenphysik. Für diesen Fall sind die hier vorgestellten Mikrokurse zusammengestellt worden.

Alle Kurse schlagen auf originelle Weise eine Brücke von klassischen Lehrplanthemen zu aktuellen Forschungsgegenständen. Denn viele der im Physikunterricht behandelten Themen lassen sich leicht um einen Bezug zur modernen Physik und insbesondere der Teilchenphysik ergänzen.

Der zeitliche Bedarf für die Behandlung eines Kurses beträgt ca. ein bis zwei Unterrichtsstunden. Vorkenntnisse zur Teilchenphysik sind kaum notwendig. Die Mikrokurse können und sollen deshalb auch gerade dort eingesetzt werden, wo nur wenig Zeit zur Verfügung steht oder das Thema Teilchenphysik nicht im Lehrplan verankert ist.

Zu jedem Kurs werden Einsatzmöglichkeiten und wünschenswerte Vorkenntnisse der Schüler:innen angegeben. Auf mögliche Erweiterungen und Vertiefungen wird hingewiesen.



INHALT

| | | |
|--------------|----------|--|
| S. 7 | 1 | ÜBERSICHT ÜBER DIE MIKROKURSE |
| S. 8 | 2 | DAS AEGIS EXPERIMENT |
| S. 8 | 2.1 | Einsatzmöglichkeiten / Anknüpfungspunkte |
| S. 8 | 2.2 | Waagerechter Wurf mit Anti-Wasserstoff – das AEGIS-Experiment am CERN |
| S. 10 | 2.3 | Lösungen zu den Aufgaben |
| S. 11 | 3 | BESTIMMUNG VON TEILCHENMASSEN |
| S. 11 | 3.1 | Einsatzmöglichkeiten / Anknüpfungspunkte |
| S. 12 | 3.2 | Wie kann man die Ruhemasse von instabilen Teilchen messen? |
| S. 14 | 3.3 | Lösungen zu den Aufgaben |
| S. 16 | 4 | HEISENBERGSCHES UNBESTIMMTHEITSRELATION |
| S. 16 | 4.1 | Einsatzmöglichkeiten / Anknüpfungspunkte |
| S. 16 | 4.2 | Auf dem Weg zur Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation |
| S. 18 | 5 | WOHER KOMMEN DIE ELEKTRONEN BEI DER β-STRAHLUNG? |
| S. 18 | 5.1 | Einsatzmöglichkeiten / Anknüpfungspunkte |
| S. 19 | 5.2 | Herkunft der Elektronen bei der β -Strahlung |
| S. 20 | 5.3 | Lösungen zu den Aufgaben |

1 ÜBERSICHT ÜBER DIE MIKROKURSE

| MIKROKURS | LEHRPLANBEZUG | VORKENNTNISSE | SCHWIERIGKEITSGRAD |
|---|--|---|--------------------------------|
| Das AEgIS-Experiment | waagerechter Wurf (Anwendung) Grundlagen der Fehlerabschätzung bei Experimenten Geeignet ab Klassenstufe 10 | Mathematische Beschreibung des waagerechten Wurfs | Aufgaben von leicht bis schwer |
| Bestimmung von Teilchenmassen | Teilchenphysik Spezielle Relativitätstheorie (Anwendung) Geeignet für die Oberstufe, insbesondere für Profil- und Leistungskurse | Masse-Energie-Äquivalenz Impuls als vektorielle Größe Energie- und Impulserhaltungssatz | mathematisch anspruchsvoll |
| Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation | Eigenschaften von Quantenobjekten Geeignet für die Oberstufe, insbesondere für Profil- und Leistungskurse | Grundkenntnisse der Akustik Energie-Frequenz-Beziehung der Quantenphysik | schwer |
| Woher kommen die Elektronen bei der β -Strahlung? | Arten ionisierender β -Strahlung Geeignet für die Oberstufe | Umwandlungsgleichungen | leicht |

Tab. 1: Übersicht über die einzelnen Mikrokurse, ihren Lehrplanbezug, den Schwierigkeitsgrad und benötigte Vorkenntnisse

2 DAS AEGIS EXPERIMENT

2.1 EINSATZMÖGLICHKEITEN / ANKNÜPFUNGSPUNKTE

Das AEGIS Experiment beschäftigt sich mit der Untersuchung von Anti-Materie, genauer gesagt Anti-Wasserstoff. AEGIS steht für **Antihydrogen Experiment: Gravity, Interferometry, Spectroscopy**. Ein Ziel der Experimente mit Anti-Materie ist es, mögliche Unterschiede in den Eigenschaften von Materie und Anti-Materie aufzuspüren. Bis heute ist nicht verstanden, warum sich wenige Sekunden nach dem Urknall aus zunächst gleichen Anteilen von Materie und Anti-Materie ein winziger Überschuss von einem Milliardstel mehr Materie als Anti-Materie bilden konnte. Ohne diesen Überschuss hätte sich innerhalb weniger Minuten die gesamte Materie des Universums mit der Anti-Materie vernichtet, was zu einem Universum geführt hätte, das ausschließlich aus der bei der Vernichtung entstehenden Strahlung bestünde. Es blieb jedoch ein winziger Materieüberschuss übrig, aus dem Galaxien, Sterne, Planeten und letztendlich auch wir bestehen. AEGIS ist ein Experiment am Anti-Protonen-Speicherring am CERN. In diesem Experiment soll untersucht werden, ob sich Anti-Materie im Gravitationsfeld wie Materie verhält, genauer, ob sich die Fallbeschleunigung \bar{g} für Anti-Materie von der Fallbeschleunigung g für Materie unterscheidet. Das Ergebnis des Experiments liegt zurzeit noch nicht vor und ist völlig offen. Die Thematik ist deshalb geeignet, die Schüler:innen zu selbständiger Recherche im Internet anzuregen sowie mit ihnen über gegenwärtige Grenzen unseres Wissens zu diskutieren.

Vor dem Mikrokurs sollte der waagerechte Wurf behandelt worden sein. Ein Einsatz sollte damit vorrangig ab Klasse 10 erfolgen. Der Kurs kann als aktuelle Anwendung des waagerechten Wurfes behandelt werden. Er bietet die Möglichkeit, von der in der Schulphysik als Klassiker geltenden mathematischen

INFOBOX: AEGIS EXPERIMENT

Ausführliche Informationen zum AEGIS-Experiment sind hier zu finden:

- auf der Website von AEGIS (<https://aegis.web.cern.ch/aegisPublications.html>)
- auf Wikipedia (https://de.wikipedia.org/wiki/Antiproton_Decelerator)
- in diesem Paper (<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1342/1/012016/pdf>)
- sowie in zwei Publikationen von Alban Kellerbauer (<https://doi.org/10.1002/piuz.200601134>)
- und Michael Doser (<https://iopscience.iop.org/1742-6596/199/1/012009>).

Beschreibung von Wurfvorgängen eine Brücke zu einem aktuellen Experiment am CERN zu schlagen, welches sich mit Forschungen zur Anti-Materie beschäftigt.

Es ist auch möglich, den Mikrokurs als Einstieg in einen Inhaltsbereich Materie/ Anti-Materie mit hoher Eigenaktivität der Schüler:innen einzusetzen. Es sollte direkt mit der Beschreibung des Experiments begonnen werden. Die Schüler:innen können dann ihre Kenntnisse zum waagerechten Wurf nutzen, um das Experiment zu verstehen und die Aufgaben zu lösen. Der Kurs enthält Aufgaben verschiedener Schwierigkeitsgrade. Dadurch bietet sich eine differenzierte Behandlung entsprechend möglicher Leistungsunterschiede der Schüler:innen innerhalb einer Klasse an.

2.2 WAAGERECHTER WURF MIT ANTI-WASSERSTOFF – DAS AEGIS-EXPERIMENT AM CERN

Anti-Materie ist ein beliebtes Thema von Science-Fiction-Autor:innen. Sie wird dabei zu vielfältigen Zwecken eingesetzt, vom Raumschiffantrieb bis zur Massenvernichtungswaffe. Weniger bekannt ist, dass Anti-Materie, besonders Anti-Elektronen (so genannte Positronen) und Anti-Protonen, routinemäßig seit den 1960er und 1970er Jahren in Wissenschaft und Medizin¹ eingesetzt werden. Im Jahre 2006 gelang es am Europäischen Forschungszentrum für Teilchenphysik (CERN) in Genf erstmals², Anti-Wasserstoff – also Atome aus Anti-Teilchen – künstlich zu erzeugen. Im Universum vernichteten sich Anti-Protonen bereits nach weniger als einer Millisekunde bzw. Positronen innerhalb weniger Minuten nach dem Urknall mit ihren Teilchen-Partnern (Protonen bzw. Elektronen). Erst 380.000 Jahre nach dem Urknall war es kalt genug für die Bildung von Atomen, so dass dann nur noch Wasserstoff-Atome aus Protonen und Elektronen entstanden. Anti-Materie-Atome existierten in unserem Universum also noch nie zuvor.

Grundsätzlich muss bei diesem Experiment angemerkt werden, dass die notwendigen Technologien erst für und mit diesem Experiment entwickelt werden. Daher können der Versuchsaufbau und die Parameter grundlegenden Änderungen unterliegen. Die folgenden Angaben spiegeln jetzt, Anfang 2021, den aktuellen Stand wider. Aktuelle Informationen erhalten Sie über die untenstehenden Links.

Ein Beispiel für die Veränderungen in der Vergangenheit ist die Temperatur des Anti-Wasserstoffs. Bei der ersten Herstellung von Anti-Wasserstoff betrug dessen Temperatur noch 500 K (etwa 230 °C), während sie im Lauf des Jahres 2021 wahrscheinlich bei 20 K (etwa -250 °C) liegen wird. Ziel sind hier langfristig 100 mK bis 10 mK. Auch werden momentan elektronische Detektoren entwickelt, die noch kleinere Bereiche auflösen können (Mikrometerbereich).

¹ Die ersten Teilchenbeschleuniger zur Vernichtung von Elektronen und Positronen gingen 1963 mit AdA in Frascati (Italien), 1965 mit VEPP-2 in Novosibirsk (Russland) und 1972 mit SPEAR in Stanford (USA) in Betrieb. Die medizinische Anwendung von Anti-Materie folgte 1975 mit der Erfindung der Positron-Emissions-Tomographie (PET).

² Im damaligen Artikel in "Physik in unserer Zeit" wird auch schon das AEGIS Experiment erwähnt: [https://www.mpi-hd.mpg.de/kellerbauer/en/articles/2007/Kellerbauer_PhysUnsererZeit_38_\(2007\)_168.pdf](https://www.mpi-hd.mpg.de/kellerbauer/en/articles/2007/Kellerbauer_PhysUnsererZeit_38_(2007)_168.pdf)

Generell ist die Suche nach immer genaueren Detektoren ein Bereich der Entwicklung, für die die Technologien erst geschaffen werden müssen.

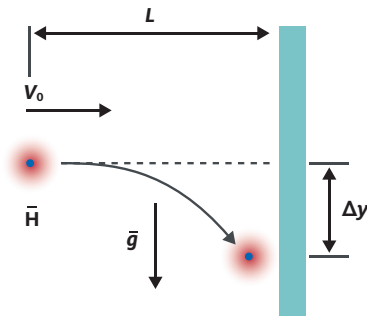


Abb. 1: Schematisches Messprinzip des AEGIS Experiments

Inzwischen stellen mehrere internationale Forschergruppen am CERN Anti-Wasserstoffatome $\bar{\text{H}}$ her. Anti-Wasserstoff besteht aus einem Anti-Proton als Atomkern sowie einem Positron im Bereich der Atomhülle. Das Anti-Proton besitzt, genau wie das Proton, die Masse $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ und es gilt $m_p \approx m_{\bar{\text{H}}}$.¹ Ziel der Forschungen ist es, Unterschiede in den Eigenschaften von Materie und Anti-Materie aufzuspüren, in der Hoffnung, eine Erklärung dafür zu finden, wie sich wenige Sekunden nach dem Urknall ein winziger Überschuss von Materie ergeben konnte. Auf die Herstellung des Anti-Wasserstoffs und die Funktionsweise des Detektors wird an dieser Stelle nicht eingegangen.

Im AEGIS-Experiment soll untersucht werden, ob sich Anti-Materie im Gravitationsfeld genauso wie Materie verhält, genauer, ob sich die Fallbeschleunigung \bar{g} für Anti-Materie von der Fallbeschleunigung g für Materie unterscheidet.

Hierzu wird Anti-Wasserstoff $\bar{\text{H}}$ mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $v_0 = 0,50 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ horizontal auf einen Detektor geschossen, der sich im Abstand von $L = 0,80 \text{ m}$ von der „Abwurfstelle“ befindet.²

INFOBOX: ANTI-TEILCHEN

Zu jedem Materieteilchen existiert ein Teilchen, das exakt dieselbe Masse, aber genau die entgegengesetzten Ladungseigenschaften besitzt. Dieses Teilchen nennt man das zugehörige Anti-Teilchen. Bis heute ist nicht verstanden, warum sich wenige Sekunden nach dem Urknall aus zunächst gleichen Anteilen von Materie und Anti-Materie ein winziger Überschuss von einem Milliardstel mehr Materie als Anti-Materie bilden konnte. Ohne diesen Überschuss hätte sich innerhalb weniger Minuten die gesamte Materie des Universums mit der Anti-Materie vernichtet, was zu einem Universum geführt hätte, das ausschließlich aus der bei der Vernichtung entstehenden Strahlung bestünde.

AUFGABEN

1. Berechnung der Fallstrecke Δy

Berechne unter der Annahme, dass sich Anti-Wasserstoff $\bar{\text{H}}$ im Gravitationsfeld genauso verhält wie Wasserstoff (d. h. $\bar{g} = g$), um welche Strecke Δy das Anti-Wasserstoffatom auf dem Weg von der Abwurfstelle bis zum Detektor nach unten fällt, wenn der Abstand des Detektors von der Abwurfstelle gleich $L = 0,80 \text{ m}$ ist und die Anfangsgeschwindigkeit in horizontaler Richtung $v_0 = 0,50 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ beträgt.

2. Versuchsbedingungen

Erläutere, durch welche Veränderungen der Versuchsbedingungen die Fallstrecke Δy vergrößert werden könnte.

3. Genauigkeit bei der Bestimmung der Fallbeschleunigung

a) Der Detektor ist in der Lage, unter bestimmten Bedingungen den Auftreffpunkt des Anti-Wasserstoffatoms auf $1,0 \mu\text{m}$ genau zu messen. Berechne die Genauigkeit, mit der im AEGIS-Experiment die Übereinstimmung von \bar{g} für Anti-Materie mit dem bekannten Wert von g für Materie bestimmt werden kann.

b) Für diesen Detektor ist eine Messgenauigkeit von $0,2 \mu\text{m}$ angestrebt, ein solcher Detektor existiert bis jetzt noch nicht. Berechne für diesen hypothetischen Detektor ebenfalls die Genauigkeit, mit der die Übereinstimmung von \bar{g} und g bestimmt werden kann.

4. Bestimmung der Geschwindigkeitsabweichung

Aufgrund der thermischen Bewegung haben die Anti-Wasserstoffatome eine Geschwindigkeitsabweichung v_T , die in Richtung oder entgegen der experimentell eingestellten Anfangsgeschwindigkeit v_0 gerichtet ist, so dass die Anfangsgeschwindigkeit nicht für alle Atome genau gleich ist. Um die Geschwindigkeitsabweichung v_T so klein wie möglich zu halten, wird der Anti-Wasserstoff auf eine Temperatur von $T_{\bar{\text{H}}} = 10 \text{ K}$ abgekühlt.

a) Berechne mithilfe der Formel $\frac{1}{2}m_{\bar{\text{H}}}v_T^2 = \frac{1}{2}k_B T$ mit $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$, wie groß die Geschwindigkeitsabweichung v_T im Experiment ist, und bestimme, um wie viel Prozent somit die Anfangsgeschwindigkeit v_0 schwankt.

b) In den kommenden Jahren soll die Temperatur des Anti-Wasserstoffs auf $T_{\bar{\text{H}}} = 10 \text{ mK}$ herabgesenkt werden. Berechne auch für diese Temperatur die Geschwindigkeitsabweichung der einzelnen Atome. Begründe, warum die Wissenschaftler:innen es anstreben, die Temperatur des Wasserstoffs weiter abzusenken.

¹ Die Masse des Positrons würde hier erst in der übernächsten Stelle zu dem Ergebnis beitragen: $m_{\bar{e}} = 1,6735 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ im Vergleich zu $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

² Dieser Abstand kann im Experiment auf bis zu 2 m erhöht werden. Momentan wird allerdings ausschließlich der kürzere Abstand von 0,80 m verwendet.

2.3 LÖSUNGEN ZU DEN AUFGABEN

Aufgabe 1: Berechnung der Fallstrecke Δy

Wir legen den Ursprung des Koordinatensystems in die „Abwurfstelle“ und orientieren die y-Achse nach unten. Dann gilt für den waagerechten Wurf unter der Annahme, dass $\vec{g} = g$

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= v_0 \cdot t \\ y(t) &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y(x) = \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2}.$$

Die Strecke Δy ergibt sich dann durch

$$\Delta y = y(L) = \frac{g \cdot L^2}{2 \cdot v_0^2} \Rightarrow \frac{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0,80 \text{ m})^2}{2 \cdot (0,5 \frac{\text{km}}{\text{s}})^2} = 1,26 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 12,6 \mu\text{m}.$$

Aufgabe 2: Versuchsbedingungen

Anhand des Versuchsaufbaus und des Terms $\Delta y = \frac{g \cdot L^2}{2 \cdot v_0^2}$ erkennt man, dass eine Vergrößerung der Strecke Δy zum einen durch eine Vergrößerung der Strecke L und zum anderen durch eine Verkleinerung der Anfangsgeschwindigkeit v_0 erreicht werden könnte.

Aufgabe 3: Genauigkeit bei der Bestimmung der Fallbeschleunigung

Eine Messgenauigkeit des Auftreffpunkts von $\pm 1,0 \mu\text{m}$ bedeutet, dass die relative Messabweichung der mittleren Fallstrecke Δy im Experiment $\frac{1,0 \mu\text{m}}{12,6 \mu\text{m}} = 0,079 = 7,9 \%$ beträgt. Aus der Fallstrecke Δy berechnet sich \vec{g} über

$$\Delta y = \frac{\vec{g} \cdot L^2}{2 \cdot v_0^2} \Leftrightarrow \vec{g} = \frac{2 \cdot \Delta y \cdot v_0^2}{L^2}.$$

Da \vec{g} direkt proportional zu Δy ist, gelten die berechneten prozentualen Abweichungen für Δy ebenso für \vec{g} . Damit lässt sich mit diesem Detektor die Übereinstimmung von g und \vec{g} mit einer Genauigkeit von **7,9 %** überprüfen.

Die mittlere relative Abweichung der mittleren Fallstrecke für den hypothetischen Detektor mit einer Genauigkeit von **0,2 μm** und damit auch die damit verbundene Genauigkeit von der Übereinstimmung von g und \vec{g} beträgt $\frac{0,2 \mu\text{m}}{12,6 \mu\text{m}} = 0,016 = 1,6 \%$.

Aufgabe 4: Bestimmung der Geschwindigkeitsabweichung

Aus dem gegebenen Zusammenhang folgt

$$\frac{1}{2} m_{\text{H}} v_{\text{T}}^2 = \frac{1}{2} k_{\text{B}} T \Rightarrow v_{\text{T}} = \sqrt{\frac{k_{\text{B}} T}{m_{\text{H}}}}.$$

Einsetzen der gegebenen Werte liefert

$$v_{\text{T}} = \sqrt{\frac{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 10 \text{ K}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 287 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Die Anfangsgeschwindigkeit v_0 schwankt somit durch die thermische Bewegung der einzelnen Anti-Wasserstoffatome um

$$\frac{v_{\text{T}}}{v_0} = \frac{287 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,5 \frac{\text{km}}{\text{s}}} = \frac{287 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{500 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,574 = 57,4 \%.$$

Für die Temperatur von $T_{\text{H}} = 10 \text{ mK}$ ergibt sich für die Geschwindigkeit

$$v_{\text{T}} = \sqrt{\frac{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 10 \text{ mK}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = \sqrt{\frac{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 0,01 \text{ K}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 9,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Die Anfangsgeschwindigkeit v_0 schwankt somit durch die

thermische Bewegung der einzelnen Anti-Wasserstoffatome bei den angestrebten $T_{\text{H}} = 10 \text{ mK}$ um

$$\frac{v_{\text{T}}}{v_0} = \frac{9,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,5 \frac{\text{km}}{\text{s}}} = \frac{9,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{500 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,0182 = 1,82 \%.$$

Die Wissenschaftler:innen verwenden möglichst kalten Anti-Wasserstoff, damit die Geschwindigkeitsschwankung aufgrund der thermischen Energie der einzelnen Atome abnimmt. Dies ist wichtig, da die Anfangsgeschwindigkeit die Fallstrecke Δy beeinflusst.

ZUSATZ- INFORMATION FÜR LEHRKRÄFTE

Als Detektor für den Auftreffpunkt der Anti-Wasserstoffatome dient ein hochauflösender Silizium-Streifendetektor. Ziel des Experimentes ist prinzipiell, das Verhalten von Anti-Wasserstoff zu untersuchen. Mit zunehmender Genauigkeit der Messungen sind auch Fragestellungen zu beantworten, die auf konkrete Unterschiede bei der Fallbeschleunigung von Materie und Anti-Materie abzielen.

Anti-Wasserstoff muss aufwendig hergestellt und dann gekühlt werden, damit die Geschwindigkeitsschwankung aufgrund der Wärmebewegung nicht zu großen Einfluss auf die Messwerte hat. Es ist sichtbar, dass die thermische Geschwindigkeitsschwankung aufgrund der geringen Masse der Anti-Wasserstoffatome bei der Temperatur von 10 K in der Größenordnung $57 \% \cdot v_0$ liegt. Würde man v_0 verringern, wäre der Störeinfluss der thermischen Bewegung sogar noch größer.

Das AEGIS-Experiment wird stetig weiterentwickelt und verbessert. In der Zukunft soll die Genauigkeit der Detektoren wachsen und die Temperatur des Anti-Wasserstoffs und damit auch die Geschwindigkeitsabweichung reduziert werden.

Der Mittelwert der Geschwindigkeiten lässt sich wesentlich genauer als deren Schwankung bestimmen, nämlich für N Anti-Wasserstoffatome mit einer Genauigkeit von $\frac{57,4 \%}{\sqrt{N}}$. Eine höhere Genauigkeit bei der Bestimmung der Fallstrecke wird ebenso durch wiederholte Messung und Mittelwertbildung erreicht.

! EXKURS: Zusammenhang zwischen kinetischer Energie und Temperatur

Die Temperatur eines Ensembles, d. h. einer Vielzahl von Teilchen, ist ein Maß für die mittlere kinetische Energie $\overline{E_{\text{kin}}}$ der Teilchen des Ensembles. In einem idealen Gas beispielsweise ist die mittlere kinetische Energie der Teilchen direkt proportional zur Temperatur T des Gases und wird über den Zusammenhang $\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{3}{2} \cdot k_{\text{B}} \cdot T$ beschrieben, mit der Boltzmann-Konstante $k_{\text{B}} = 86,7 \frac{\mu\text{eV}}{\text{K}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$. Der Faktor 3 in der Gleichung steht für die drei Raumrichtungen. Wird nur eine Raumrichtung betrachtet, lautet der Zusammenhang $\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{1}{2} \cdot k_{\text{B}} \cdot T$.

3 BESTIMMUNG VON TEILCHENMASSEN

3.1 EINSATZMÖGLICHKEITEN / ANKNÜPFUNGSPUNKTE

Der Mikrokurs beschäftigt sich mit der Bestimmung der Masse von instabilen Elementarteilchen aus den Energien und Impulsen der jeweiligen Tochterpartikel. Nach einer auch für Schüler:innen nachvollziehbaren Darstellung der wichtigsten physikalischen und mathematischen Grundlagen erfolgt eine ausführliche Beschreibung der Massenbestimmung des Higgs-Teilchens.

Folgende Kenntnisse werden vorausgesetzt:

- Spezielle Relativitätstheorie
- Relativistische Beziehung zwischen Masse³ m und Gesamtenergie $E = \gamma \cdot m \cdot c^2$ mit dem Lorentzfaktor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- Alle Teilchen besitzen einen charakteristischen, unveränderlichen Wert der Masse m , anhand der sie sich eindeutig identifizieren lassen. Die Masse ist sozusagen ein „Fingerabdruck“ eines Teilchens.
- Die meisten subatomaren Teilchen sind nicht stabil, sondern wandeln sich in leichtere, stabile Teilchen um.

Zudem sollten die Schüler:innen vor dem Kurs den Impuls auch als Vektor kennen sowie mit Anwendungen des Energie- und Impulserhaltungssatzes vertraut sein. Deshalb empfiehlt es sich, das Material in den Physik-Leistungskursen oder Profilkursen einzusetzen.

Der Einsatz kann im Rahmen eines Inhaltsbereiches zur Teilchenphysik erfolgen oder, falls dieser Themenbereich im Lehrplan nicht verankert ist, als Anwendung der speziellen Relativitätstheorie mit Bezug zur Teilchenphysik. Die Rechenaufgaben sind als mathematisch schwierig einzustufen.

Durch den Kurs wird eine direkte Verbindung von Lehrplaninhalten zu einer aktuellen und bedeutenden Leistung der modernen Physik, der Entdeckung des Higgs-Teilchens, möglich. Eine Betrachtung dieser Entdeckung, verbunden mit der Verleihung des Nobelpreises für Physik 2013 an Peter Higgs und François Englert, bietet sich im Anschluss an die Behandlung des Mikrokurses an.

³ Die Masse m bezeichnet hier, wie in der Teilchenphysik üblich, die unveränderliche Teilcheneigenschaft, die häufig auch als Ruhemasse m_0 bezeichnet wird. Unter Verwendung dieser Konvention für das Symbol m lautet Einsteins berühmte Masse-Energie-Äquivalenz $E = \gamma \cdot m \cdot c^2$. Für Geschwindigkeiten, die klein im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit sind, ist der Lorentzfaktor $\gamma \approx 1$, bei Geschwindigkeiten $v \rightarrow c$ kann γ und damit E beliebig groß werden. Ausführlichere Erläuterungen zum Begriff der Masse in der Teilchenphysik sind im Band "Forschungsmethoden" dieser Hefreihe auf Seite 10 zu finden.

3.2 WIE KANN MAN DIE RUHEMASSE VON INSTABILEN TEILCHEN MESSEN?

Bereits in der 1960er Jahren wurde die Existenz des Higgs-Teilchens von mehreren Wissenschaftlern theoretisch vorhergesagt. Der experimentelle Nachweis sollte jedoch noch bis 2012 dauern. Im Folgenden betrachten wir die Suche mit dem CMS-Detektor nach Higgs-Teilchen, die am Large Hadron Collider (LHC)⁴ bei Proton-Proton-Kollisionen erzeugt werden (Abb. 2).

In der klassischen Mechanik, also für Teilchen mit einer Geschwindigkeit $v \ll c$, kann man die Masse eines Teilchens bestimmen, indem man gleichzeitig seine kinetische Energie und seine Geschwindigkeit (oder seinen Impuls) bestimmt:

$$\text{klassisch: } m = \frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{v^2} = \frac{p^2}{2 \cdot E_{\text{kin}}}$$

Besitzen die Teilchen eine Geschwindigkeit nahe der Lichtgeschwindigkeit, $v \approx c$, müssen wir das Problem „relativistisch“ angehen, wie in den folgenden Aufgaben schrittweise erarbeitet wird.

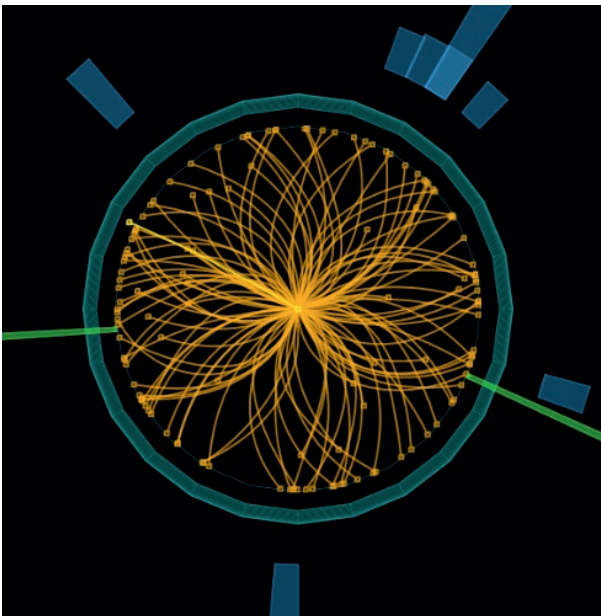


Abb. 2: Aufnahme einer Proton-Proton-Kollision im CMS-Detektor. Aus der abgebildeten Kollision resultieren u. a. zwei Photonen, die als grüne Einträge im elektromagnetischen Kalorimeter dargestellt sind. Bei den gelben Linien handelt es sich um die Spuren elektrisch geladener Teilchen, die ebenfalls durch die Proton-Proton-Kollision entstanden sind.

CMS Experiment © CERN

INFOBOX: HIGGS-TEILCHEN

Das Higgs-Teilchen ist ein Elementarteilchen im Standardmodell der Teilchenphysik. Es ist eine Anregung des sogenannten Brout-Englert-Higgs-Feldes. Durch die Wechselwirkung mit dem Higgs-Feld erhalten die Anti-/Materieteilchen sowie W- und Z-Teilchen (die Botenteilchen der schwachen Wechselwirkung) ihre Massen (sogenannter Brout-Englert-Higgs-Mechanismus).

Das Higgs-Teilchen besitzt eine Masse von ca. 125 GeV/c² und eine sehr kurze Lebensdauer von ca. 10⁻²² s. Es wandelt sich daher sehr schnell in leichtere Teilchen um, noch bevor es direkt mithilfe eines Detektors nachgewiesen werden kann. Es kann nur anhand seiner Umwandlungsprodukte identifiziert werden. Eine mögliche Umwandlung des Higgs-Teilchens ist die Umwandlung in zwei (masselose) Photonen.

⁴ Der Large Hadron Collider (LHC) ist ein Teilchenbeschleuniger am CERN in Genf. Mit 27 km Umfang ist er der größte Teilchenbeschleuniger weltweit. Am LHC werden Teilchen bei hohen Energien zur Kollision gebracht, um so neue Teilchen zu erzeugen und zu untersuchen.

AUFGABEN

1. Beziehung zwischen Masse, Gesamtenergie und Geschwindigkeit

Für ein stabiles Teilchen werden seine Gesamtenergie E und seine Geschwindigkeit v gemessen. Gib ausgehend von der relativistischen Masse-Energie-Beziehung eine Formel an, mit der sich die Masse m aus der gemessenen Gesamtenergie und der Geschwindigkeit berechnen lässt.

2. Abhängigkeit der Energie von Masse und Impuls

Sehr viele Teilchen besitzen eine so extrem kurze Lebensdauer, dass es unmöglich ist, experimentell ihre Geschwindigkeit zu messen. Nur ihre Umwandlungsprodukte erreichen den Detektor. Wie erfolgt die Bestimmung der Masse von solch instabilen Teilchen aus diesen Tochterteilchen? Dazu muss man wissen, dass die Detektoren je nach Teilchenart nur die Gesamtenergie (in sogenannten „Kalorimetern“) oder den Impuls elektrisch geladener Teilchen (durch die Krümmung der Bahn in einem Magnetfeld) sehr genau messen können. Geschwindigkeiten sind hingegen in der Regel sehr schwer genau messbar, weil sich fast alle Teilchen mit nahezu Lichtgeschwindigkeit bewegen. Wir benötigen eine Gleichung, welche die Energie in Abhängigkeit der Masse und des Impulses angibt. Zeige unter Verwendung von $p = \gamma \cdot m \cdot v$, wobei p die relativistische Verallgemeinerung des klassischen Impulses ist, dass $E = \gamma \cdot m \cdot c^2 = \sqrt{p^2 \cdot c^2 + m^2 \cdot c^4}$ gilt.

3. Berechnung von Teilchenmassen

Löst man die in Aufgabe 2 hergeleitete Formel nach m auf, so ergibt sich: $m = \frac{1}{c^2} \sqrt{E^2 - p^2 \cdot c^2}$. Mithilfe dieses Zusammenhangs können wir die Masse eines instabilen Teilchens bestimmen, wenn man die Gesamtenergien und Impulse aller Tochterteilchen misst. Dies ist möglich, da entsprechend der Energie- und Impulserhaltung die Gesamtenergie und der Gesamtimpuls des instabilen Teilchens gleich den Summen der Gesamtenergien und der Impulse der Tochterteilchen sind.

Damit ergibt sich folgende Vorgehensweise zur Bestimmung der Masse von instabilen Teilchen:

- Bestimmung der Teilchenarten aller Umwandlungsprodukte und jeweils Messung der Energien E_i oder der Impulse \vec{p}_i der Umwandlungsprodukte. Der Index i nummeriert dabei alle entstehenden Umwandlungsprodukte.
- Addition aller so bestimmten Energien und Impulse:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots = \sum_i \vec{p}_i,$$

$$E = E_1 + E_2 + \dots = \sum_i E_i$$

Da der Impuls eine gerichtete Größe ist, müssen die Impulse „vektoriell“ addiert werden. Man benötigt also auch Kenntnisse über die Bewegungsrichtungen der Umwandlungsprodukte.

- Einsetzen dieser Energie- und Impulssummen in die nach m umgestellte relativistische Energie-Impuls-Gleichung für das Mutterteilchen:

$$m = \frac{1}{c^2} \sqrt{E^2 - \vec{p}^2 \cdot c^2} = \frac{1}{c^2} \sqrt{\left(\sum_i E_i\right)^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i\right)^2 \cdot c^2}$$

Ist es ein Problem, wenn man für ein Tochterteilchen i nur dessen Impuls genau messen kann, jedoch nicht dessen Energie? Nein, wenn man alle involvierten Teilchenarten in einer Umwandlung kennt: In die (in Aufgabe 2 hergeleitete) Beziehung $E_i = \sqrt{p_i^2 \cdot c^2 + m_i^2 \cdot c^4}$ setzt man dann die bekannte Masse m_i des Tochterteilchens ein und kann damit E_i bestimmen. Analog geht man vor, wenn man nur E_i und die Bewegungsrichtung kennt.

Berechne die Masse m des Teilchens, das sich in Abb. 2 in zwei Photonen umgewandelt hat! Bestimme dazu zunächst die Vektoreinträge von \vec{p}_1 und \vec{p}_2 . Entscheide, um welches Teilchen es sich handeln könnte.

Angaben:

Photon 1: $E_1 = 82,2 \text{ GeV}$

Impulsrichtung:

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} e_{1x} \\ e_{1y} \\ e_{1z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,891 \\ -0,096 \\ -0,566 \end{pmatrix}$$

Photon 2: $E_2 = 72,4 \text{ GeV}$

Impulsrichtung:

$$\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} e_{2x} \\ e_{2y} \\ e_{2z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,784 \\ -0,308 \\ -0,539 \end{pmatrix}$$

3.3 LÖSUNGEN ZU DEN AUFGABEN

Aufgabe 1: Beziehung zwischen Masse, Gesamtenergie und Geschwindigkeit

Beziehung zwischen Ruhemasse, Energie und Lorentzfaktor nach m auflösen:

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 \Rightarrow m = \frac{E}{\gamma \cdot c^2} = \frac{E \cdot \sqrt{c^2 - v^2}}{c^3}$$

Anmerkung: Diese Umformung geht nur für $v \neq c$. Durch einen Grenzübergang $m \rightarrow 0$ kann man aber die Gültigkeit auch für $m = 0$, also für ein masseloses Teilchen, zeigen.

Aufgabe 2: Abhängigkeit der Energie von Masse und Impuls

Es gelten die zwei Beziehungen

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 \text{ und } p = \gamma \cdot m \cdot v = \frac{m \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Zuerst wird der Impuls, mit dem eingesetzten γ , quadriert und nach v^2 umgestellt:

$$\frac{p^2}{m^2} \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = v^2$$

Die linke Seite wird ausmultipliziert und anschließend v auf die rechte Seite der Gleichung gebracht und ausgeklammert:

$$\frac{p^2}{m^2} = v^2 \left(1 + \frac{p^2}{m^2 \cdot c^2}\right)$$

Die Gleichung wird nach v umgestellt. Damit erhalten wir für den Betrag von v :

$$v = \sqrt{\frac{p^2 \cdot c^2}{p^2 + m^2 \cdot c^2}}$$

Dieses v wird in γ eingesetzt und man erhält

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{p^2}{p^2 + m^2 \cdot c^2}}} = \sqrt{\frac{p^2 + m^2 \cdot c^2}{m^2 \cdot c^2}}$$

Setzt man diese Gleichung für γ in die relativistische Energie-Impuls-Relation $E = \gamma \cdot m \cdot c^2$ ein, so ergibt sich die Energie in Abhängigkeit des Impulses und der Masse zu:

$$E = \sqrt{p^2 \cdot c^2 + m^2 \cdot c^4}$$

Anmerkung: Bei der Herleitung wurde explizit vorausgesetzt, dass die Geschwindigkeit nicht $v = c$ sein darf, dass das Teilchen also z. B. kein Photon ist. Durch eine Grenzwertbetrachtung kleiner Massen, d. h. für $m \rightarrow 0$, kann man aber zeigen, dass die obige Formel auch für masselose Teilchen gilt.

$$E = \sqrt{p^2 \cdot c^2 + m^2 \cdot c^4} \xrightarrow{m \rightarrow 0} = p \cdot c$$

Aufgabe 3: Berechnung von Teilchenmassen

In den Angaben sind e_x , e_y und e_z die Komponenten des Einheitsvektors in Bewegungsrichtung und geben daher den Anteil des Impulses in der jeweiligen Richtung an. Die Komponenten des Impulses können aus den angegebenen Richtungen bestimmt werden.

Photonen haben keine Ruhemasse, daher gilt aus

$$E = \sqrt{p^2 \cdot c^2 + m^2 \cdot c^4} \xrightarrow{m \rightarrow 0} = p \cdot c$$

$$p = |\vec{p}| = \frac{E}{c}$$

$$\vec{p}_1 = \frac{E_1}{c} \cdot \vec{e}_1$$

$$\vec{p}_2 = \frac{E_2}{c} \cdot \vec{e}_2$$

In die Gleichung

$$m = \frac{1}{c^2} \sqrt{\left(\sum_i E_i\right)^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i\right)^2} \cdot c^2$$

eingesetzt, erhält man:

$$m = \frac{1}{c^2} \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (E_1 e_{1x} + E_2 e_{2x})^2 - (E_1 e_{1y} + E_2 e_{2y})^2 - (E_1 e_{1z} + E_2 e_{2z})^2}$$

$$m = 124,8 \frac{\text{GeV}}{c^2}$$

Das ist ein Wert, der sehr nahe an der Masse des im Sommer 2012 am LHC entdeckten Higgs-Teilchens liegt!

4 HEISENBERGSCHES UNBESTIMMTHEITSRELATION

4.1 EINSATZMÖGLICHKEITEN / ANKNÜPFUNGSPUNKTE

Durch ein Einstiegsexperiment aus ihrer Erfahrungswelt entwickeln die Schüler:innen ein intuitives Verständnis für die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation der Form $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$.

Der Kurs ist überall dort einsetzbar, wo die besonderen Eigenschaften von Quantenobjekten behandelt werden. Er bietet den Schüler:innen einen Zugang, die in diesem Bereich geltenden Gesetze zu verstehen. Auch wenn auf umfangreiche mathematische Herleitungen verzichtet wird, ist das Niveau des Mikrokurses als hoch einzustufen. Eine ausführliche Interpretation der Beziehung sowie der Verweis auf konkrete Anwendungsgebiete sind empfehlenswert.

In einem zweiten Schritt kann dann die Einführung der Beziehung $\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi}$ erfolgen.

Folgende Kenntnisse werden vorausgesetzt:

- Grundkenntnisse der Akustik: Frequenz eines Tones und Periodendauer
- Energie-Frequenz-Beziehung $E = h \cdot f$ der Quantenphysik
- Berechnung von Messungenauigkeiten

Wichtiger Hinweis: Es handelt sich um ein Analogieexperiment und nicht um einen Beweis!

4.2 AUF DEM WEG ZUR HEISENBERGSCHEN UNBESTIMMTHEITSRELATION

Aufgabe: Unterscheide, welcher der folgenden Töne höher ist.

Demonstration: Ein:e Schüler:in oder die Lehrkraft singt zwei fast identische Töne jeweils für nur sehr **kurze** Zeit! Alternativ können zwei Flaschen mit geringfügig unterschiedlicher Wasserfüllhöhe durch „Darüberblasen“ zum Klingen gebracht oder ein Soundgenerator genutzt werden⁵.

Ergebnis: Eine Unterscheidung der Töne wird sehr schwer fallen und kaum möglich sein.

Wiederholung der Demonstration: Die Demonstration wird daraufhin wiederholt, wobei die Töne jeweils ein bisschen länger gehalten werden. Die Schüler:innen werden die Töne nun leichter unterscheiden können.

Ergebnis: Die Töne können besser unterschieden werden, je länger sie zu hören sind. Das bedeutet, dass wir das Signal über ein ausreichend langes Zeitintervall Δt untersuchen müssen, um die Frequenz f halbwegs exakt ermitteln zu können und die Messungenauigkeit Δf zu verkleinern. Die Messung der Frequenz zu einem ganz bestimmten Zeitpunkt ist nicht möglich.

Mathematische Betrachtung:

Über ein Zeitintervall Δt werden mit einem Messgerät N Perioden des Tones gezählt. Da man es nie ganz schafft, dass das Zeitintervall Δt genau bei Beginn der ersten Periode anfängt, bzw. genau am Ende der letzten Periode aufhört, entsteht eine gewisse Messungenauigkeit $\Delta N = r$, wobei $0 < r < 1$ den zusätzlichen oder fehlenden Bruchteil einer Periode bezeichnet. Die Frequenz erhält man aus der Zahl der Perioden pro Zeit: $f = \frac{N}{\Delta t}$. Da die Messungenauigkeit der Periodenzahl $\Delta N = r$ beträgt, ergibt sich die Messungenauigkeit der Frequenz zu $\Delta f \geq \frac{r}{\Delta t}$.

Wenn wir also für eine Frequenzmessung eine Auflösung kleiner gleich Δf benötigen, so erfordert dies ein Zeitintervall Δt , das größer gleich einer bestimmten Mindestzeit ist, die von Δf abhängt:

$$\Delta t \geq \frac{r}{\Delta f} \quad (1)$$

Wir nehmen an, dass dieser Zusammenhang für alle Wellen gültig ist. Für Wellen kennen wir zudem den Zusammenhang $E = h \cdot f$. Multiplizieren wir die rechte Seite der Beziehung (1) mit h , so erhalten wir:

$$\Delta t \geq \frac{rh}{h\Delta f} = \frac{rh}{\Delta E}$$

Dies ist die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation in der Form $\Delta E \cdot \Delta t \geq r \cdot h$. Aus der quantenmechanischen Herleitung ergibt sich der Bruchteil $r = \frac{1}{4\pi}$ (wobei dieser Wert auch für die Messungenauigkeit des hier erdachten akustischen Experiments durchaus eine passende Größenordnung hat) und damit die Unbestimmtheitsrelation zwischen Energie und Zeit:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

Wenn wir die Energie eines quantenmechanischen Systems mit der Genauigkeit ΔE messen möchten, so benötigen wir also eine Messdauer, die größer ist als $\Delta t \geq \frac{h}{4\pi\Delta E}$.

Anmerkung:

- Diese Gesetzmäßigkeit gilt wegen $m = \frac{E_{\text{Ruhe}}}{c^2}$ ebenfalls für die Masse von instabilen Teilchen, die man im Mittel nur während einer endlichen Zeit $\Delta t = \tau$, die durch ihre mittlere Lebensdauer τ gegeben ist, beobachten kann. Daher besitzt die Ruhemasse von instabilen Teilchen eine Unbestimmtheit von $\Delta m \geq \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot c^2 \cdot \Delta t} = \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot c^2 \cdot \Delta \tau}$. Man spricht bei instabilen Teilchen von der „Breite“ ihrer Massenverteilung, deren Vermessung oft die einzige Möglichkeit ist, so kurze Lebensdauern wie 10^{-25} s zu bestimmen. Auch die Energieniveaus von angeregten Zuständen von Atomen mit endlicher Lebensdauer sind entsprechend „verbreitert“.
- Für ein masseloses Teilchen gilt: $\Delta E = \Delta p \cdot c$. Mit $\Delta t \geq \frac{\Delta x}{c}$ erhält man die in der Quantenmechanik übliche Impuls-Ort-Unbestimmtheitsrelation $\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi}$. Man kann zeigen, dass dies auch allgemein für nicht-relativistische Teilchen ($v \ll c$) gilt.
- Im Zusammenhang mit der Behandlung des Mikrokurses ist es wichtig zu betonen, dass die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation ein Wesenszug der Quantenmechanik ist. Sie beschreibt eine prinzipielle Unbestimmtheit zwischen bestimmten physikalischen Größen, die nicht durch ein besseres Messverfahren behoben werden kann.

5 WOHER KOMMEN DIE ELEKTRONEN BEI DER β -STRAHLUNG?

5.1 EINSATZMÖGLICHKEITEN / ANKNÜPFUNGSPUNKTE

Der Kurs kann als Ausblick und Vertiefung innerhalb des Themenbereiches Kernphysik oder als Teil eines Themenbereiches Teilchenphysik eingesetzt werden. Im Mittelpunkt dieses Mikrokurses steht die Frage nach der Herkunft der bei der β^- -Umwandlung (auch β^- -Zerfall genannt) entstehenden Elektronen. Diese Frage entsteht bei den Schüler:innen erfahrungsgemäß bei der Behandlung der verschiedenen Arten radioaktiver Umwandlungen bzw. Zerfälle. Das Elektron ist bisher als elektrisch geladenes Teilchen in der Atomhülle bekannt. Die Herkunft der Elektronen bei der β^- -Umwandlung kann mit diesen Vorkenntnissen nicht geklärt werden und bietet damit Anlass zu fehlerhaften Vorstellungen der Schüler:innen.

Im Kurs wird zunächst die Hypothese aufgestellt, dass die Elektronen und Neutrinos schon vor der Umwandlung im Kern vorhanden waren, und dann widerlegt. Eine mögliche Fehlvorstellung wird damit korrigiert.

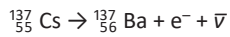
Im Anschluss bietet sich die Möglichkeit, die β^- -Umwandlung vertiefend zu behandeln. Dazu können auf der Ebene der Elementarteilchen Feynman-Diagramme benutzt werden.

ZUSATZ- INFORMATION FÜR LEHRKRÄFTE

- 1) In der Tat wurde in den 1930er Jahren von berühmten Physikern wie Heisenberg und sogar vom Neutron-Entdecker Chadwick selbst an der Hypothese festgehalten, dass nur das Proton und das Elektron elementar sei und Neutronen ein gebundener Zustand aus beiden seien (das Neutrino wurde damals noch nicht „ernst genommen“). Die Hypothese wurde später insbesondere deshalb abgelehnt, weil ein gebundener Zustand aus Elektron und Proton immer ganzzahligen Spin (0 oder 1) hätte, während Messungen von Kernspins in den folgenden Jahren ergaben, dass das Neutron halbzahligen Spin haben muss. Auch dass sich – entgegen ersten Messungen von Chadwick – ergab, dass das Neutron schwerer ist als die Summe von Proton- und Elektronmasse, sprach gegen einen Bindungszustand.
- 2) Manchmal findet man in der Literatur das Argument, dass das Einsperren des Elektrons im Neutron in einem Potenzialtopf mit einem Volumen von wenigen Kubikfemtometern zu solch hohen kinetischen Energien führen würde, dass sich Widersprüche ergäben. Diese Argumentation verwendet aber den nicht-relativistischen Ausdruck von kinetischer Energie und ist daher für Elektronen im Nukleon nicht anwendbar. Die korrekte Anwendung der relativistischen Beziehungen liefert Werte, die deutlich unterhalb der Ruheenergie des Neutrons liegen, und daher nicht völlig unmöglich erscheinen, auch wenn natürlich die Kraft, die eine solch enge Bindung zwischen Proton und Elektron verursacht, nicht die elektrische Coulombkraft sein kann. Der Bohrsche Radius – der niedrigste mittlere Bindungsabstand zwischen Proton und Elektron im Wasserstoff – ist 50.000 mal größer als der Radius eines Neutrons. Es hätte also eine weitere noch zu erforschende Bindungskraft (z. B. über das Neutrino) geben müssen, von der wir heute wissen, dass sie nicht existiert.

5.2 HERKUNFT DER ELEKTRONEN BEI DER β -STRAHLUNG

Bei der β^- -Umwandlung, wie beispielsweise

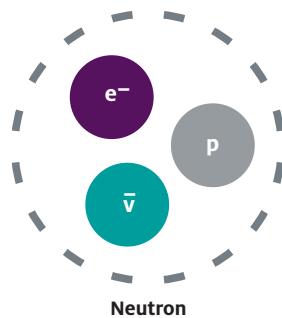


entsteht ein Proton, ein Elektron und ein Anti-Neutrino aus einem Neutron: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$

Woher stammen die Elektronen der β^- -Strahlung?

Könnte es sein, dass ein Neutron n bereits aus einem Proton p , einem Elektron e^- und einem Anti-Neutrino $\bar{\nu}$ besteht und diese Bestandteile durch eine noch zu erforschende Kraft auf einem Abstand von wenig mehr als 1 fm zusammengehalten werden?

Annahme:



Aus den elektrischen Ladungszahlen und den bekannten Massen der Nukleonen ergibt sich zumindest kein Widerspruch für diesen Ansatz:

| TEILCHEN | ELEKTR. LADUNGS-ZAHL | MASSE m |
|---------------------------|----------------------|--|
| Neutron n | 0 | $939,565 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ |
| Proton p | +1 | $938,272 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ |
| Elektron e^- | -1 | $0,511 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ |
| Anti-Neutrino $\bar{\nu}$ | 0 | vernachlässigbar ($< 0,000002 \frac{\text{MeV}}{c^2}$) |

Die Summe der Massen von Proton, Elektron und Anti-Neutrino ergibt $938,783 \frac{\text{MeV}}{c^2}$.

Es wäre zwar schon etwas ungewöhnlich, wenn die Masse des Neutrons die Summe seiner Bestandteile noch um $0,782 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ übersteigen würde, mit quantenmechanischen Effekten der (hypothetischen und zu erforschenden) Bindungskräfte wäre so etwas aber nicht ganz auszuschließen.

AUFGABEN

1. Umwandlungsprodukte bei der β^+ -Umwandlung

Betrachte die β^+ -Umwandlung in einer analogen Weise. Leite her, aus welchen Teilchen das Proton zusammengesetzt sein müsste, wenn dabei keine neuen Teilchen entstehen sollten, sondern alle Umwandlungsprodukte bereits vorher als Bestandteile des Protons vorhanden waren. Begründe, warum dies zu einem Widerspruch zum links angenommenen Aufbau des Neutrons führt.

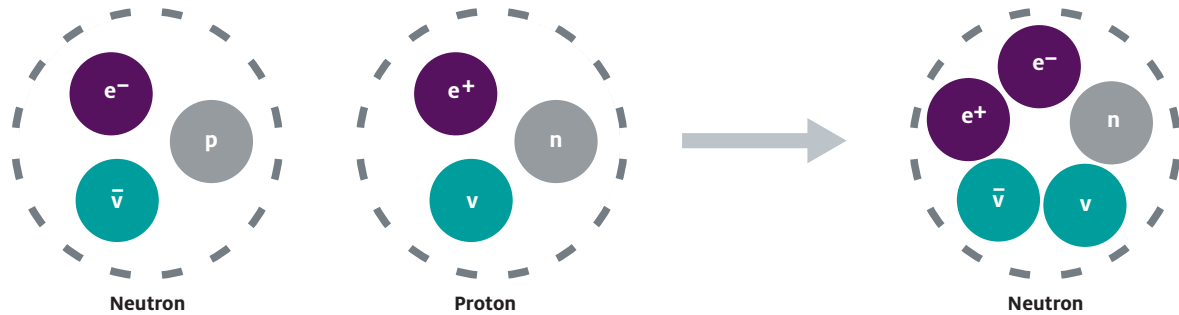
2. Betrachtung der β^+ -Umwandlung

Nun gibt es aber doch einen Unterschied zwischen β^+ -Umwandlung und β^- -Umwandlung: Die β^- -Umwandlung von freien Neutronen geschieht (wegen der positiven Energiebilanz) von selbst mit einer mittleren Lebensdauer des Neutrons von ca. 15 Minuten, während die β^+ -Umwandlung von Protonen nur bei in Kernen gebundenen Protonen stattfindet und Energiezufuhr aus der Bindungsenergie des Kerns benötigt. Nimm nun an, ein Proton sei elementar, ein Neutron jedoch ein gebundener Zustand aus einem Proton p , einem Elektron e^- und einem Anti-Neutrino $\bar{\nu}$: Entscheide, welche Teilchen gleichzeitig bei der Energiezufuhr entstehen müssten, damit die β^+ -Umwandlung möglich wäre. Nenne Aspekte, die in solch einem Modell schwer erklärbar sind.

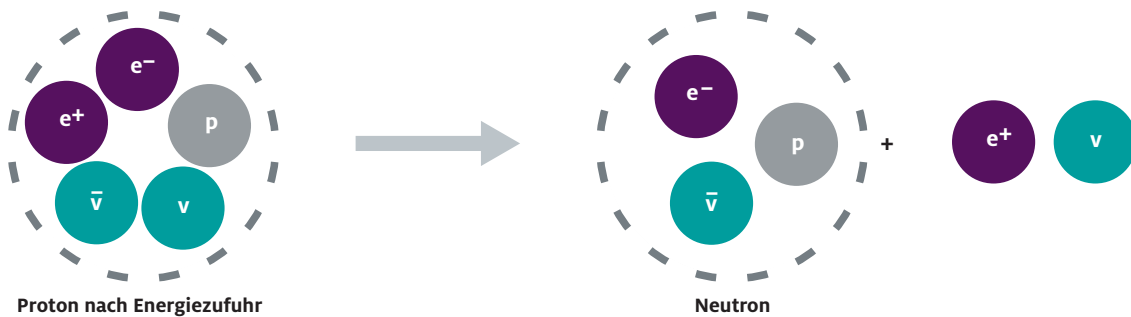
5.3 LÖSUNGEN: WOHER KOMMEN DIE ELEKTRONEN BEI DER BETA-STRAHLUNG?

Aufgabe 1: Umwandlungsprodukte bei der β^+ -Umwandlung

Das Proton **p** müsste bereits aus einem Neutron **n**, einem Positron e^+ und einem Neutrino ν bestehen. Wenn aber ein Neutron **n** bereits aus einem Proton **p**, einem Elektron e^- und einem Anti-Neutrino $\bar{\nu}$ besteht, besteht es dann folgerichtig aus einem Neutron **n**, einem Positron e^+ , einem Neutrino ν , einem Elektron e^- und einem Anti-Neutrino $\bar{\nu}$. Damit würde das Neutron aus sich selbst und vier weiteren Teilchen bestehen, was zu einem Widerspruch führt.



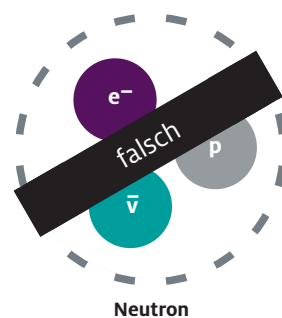
Aufgabe 2: Betrachtung der β^+ -Umwandlung



Es müsste immer sowohl ein Paar aus einem Positron e^+ und einem Elektron e^- sowie einem Neutrino ν und einem Anti-Neutrino $\bar{\nu}$ entstehen, und das Positron und das Neutrino müssten immer emittiert werden, während sich das Elektron und das Anti-Neutrino mit dem Proton zu einem Neutron binden. Schwierig zu erklären wäre u. a.:

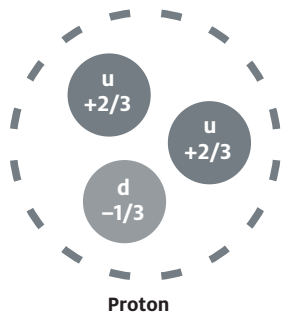
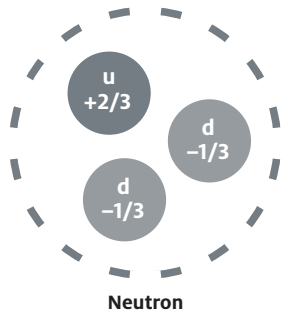
- Warum sollten immer zwei Teilchen-Anti-Teilchenpaare gleichzeitig entstehen?
- Warum sollten immer Positron und Neutrino gemeinsam emittiert werden?

Einfacher und eleganter ist es, einen symmetrischen Prozess anzunehmen, bei dem die emittierten Teilchen weder bei der β^+ -Umwandlung noch bei der β^- -Umwandlung vorher Bestandteile der Nukleonen waren, sondern als ein einziges Paar im Emissionsprozess **neu** erzeugt wurden, dass also folgendes Modell des Neutrons falsch ist:



Ergebnis:

- β -Teilchen sind Elektronen oder Positronen.
- β -Teilchen werden im Emissionsvorgang neu erzeugt.
- Neutronen und Protonen sind keine Elementarteilchen. Wir wissen heute, dass sie sich jeweils aus drei Quarks zusammensetzen.



Weiterführende Diskussion:

Die in den Nukleonen befindlichen Up- und Down-Quarks können sich über W-Teilchen ineinander umwandeln – und damit Neutronen in Protonen und umgekehrt. Daher ist die historisch etablierte Bezeichnung β -Zerfall irreführend. Es zerfällt kein zusammengesetztes Teilchen in seine Bestandteile, sondern eine der Komponenten wandelt sich um, wobei völlig neue Teilchen entstehen. Die in der β^- -Umwandlung und β^+ -Umwandlung emittierten Elektronen und Neutrinos werden über die Umwandlung des ausgesandten W-Teilchens erzeugt.

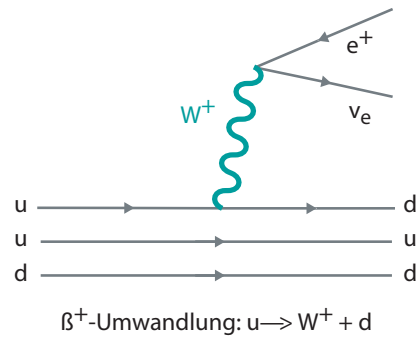
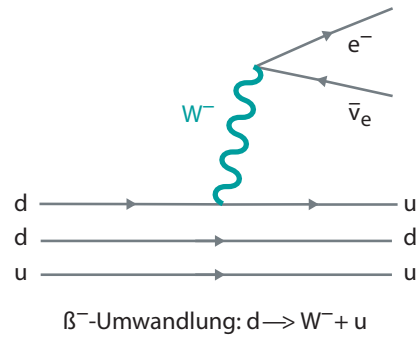
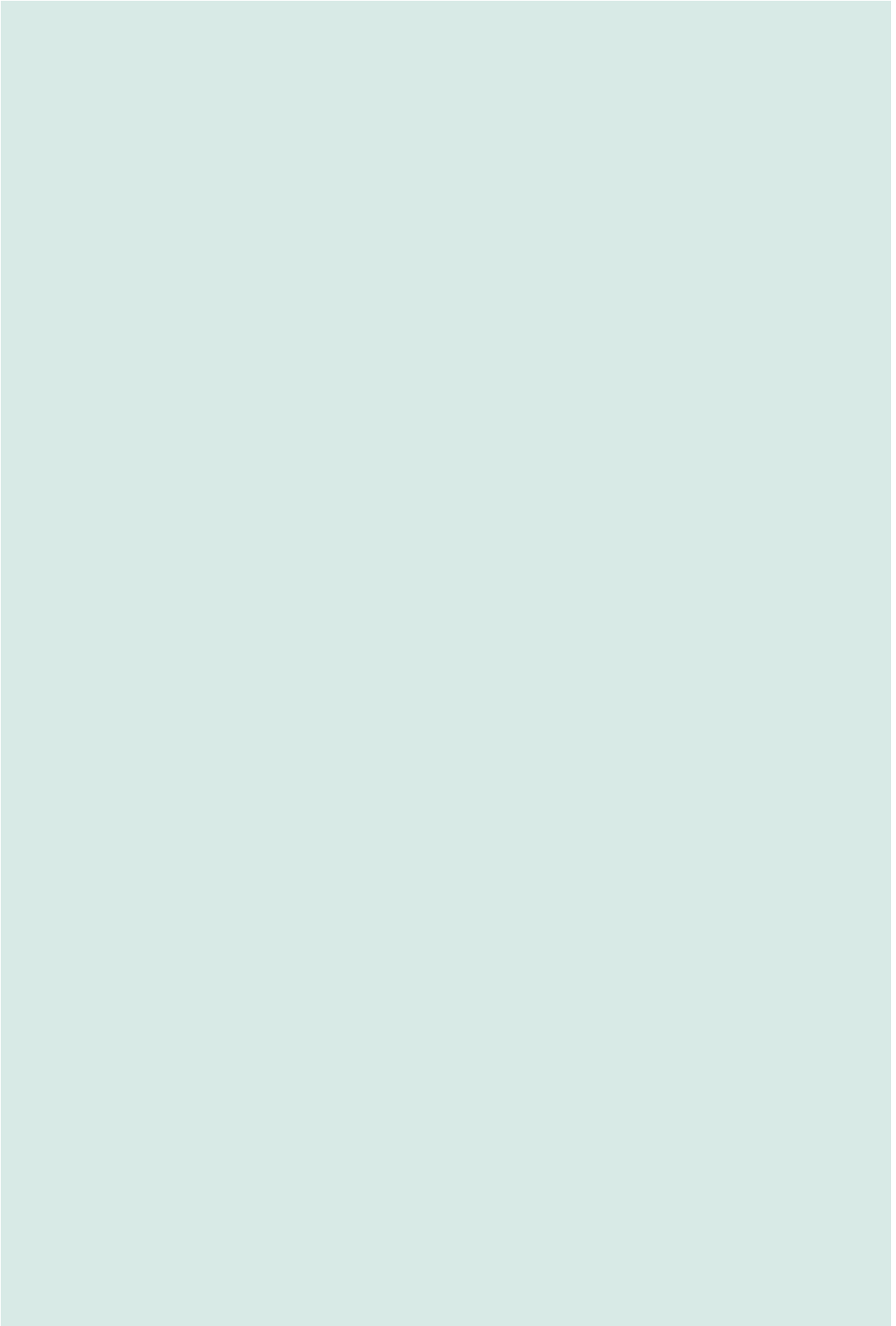
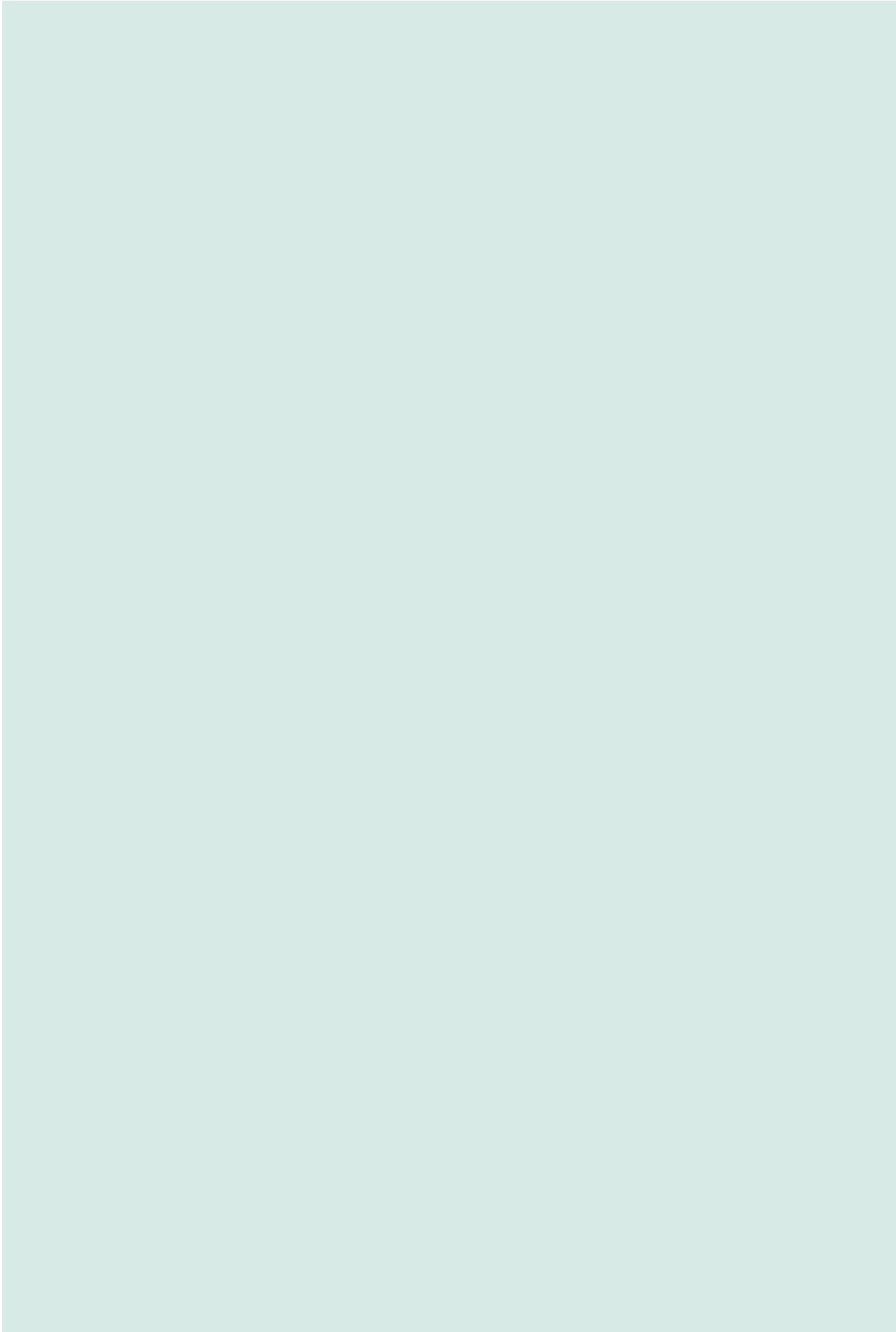


Abb. 3: Feynman-Diagramme für β^- -Umwandlung und β^+ -Umwandlung. Die Zeit verläuft von links nach rechts.





DIE JOACHIM HERZ STIFTUNG

Die gemeinnützige Joachim Herz Stiftung arbeitet überwiegend operativ und ist vorrangig in den Themenfeldern Naturwissenschaften, Wirtschaft sowie Persönlichkeitsbildung tätig. In diesen drei Bereichen werden auch kleine, innovative Projekte Dritter gefördert. Seit 2017 unterstützt die Stiftung zudem Forschungsprojekte in den Themenfeldern Medizin, Recht und Ingenieurwissenschaften. Die Joachim Herz Stiftung wurde 2008 errichtet und gehört zu den großen deutschen Stiftungen.

Der Programmbereich Naturwissenschaften führt Jugendliche an die Naturwissenschaften heran und fördert den wissenschaftlichen Nachwuchs auf dem Weg in die Wissenschaftskarriere.

Ziel des Themenfeldes „Naturwissenschaften vermitteln“ ist es, den naturwissenschaftlichen Unterricht durch zeitgemäße Materialien und flankierende Lehrerfortbildungen zu stärken. Gemeinsam mit dem Netzwerk Teilchenwelt hat die Joachim Herz Stiftung in enger Abstimmung mit Lehrkräften, Didaktiker:innen und Wissenschaftler:innen Unterrichtsmaterialien zum Thema Teilchenphysik entwickelt, um aktuelle und forschungsnahe Fragestellungen aus den Naturwissenschaften für die Schule aufzubereiten. Die entstandenen Materialien stehen unter <https://www.leifiphysik.de/tp> und <https://www.teilchenwelt.de/tp> kostenfrei zum Download zur Verfügung.

Für weitere Informationen schreiben Sie uns:

leifi@joachim-herz-stiftung.de
Joachim Herz Stiftung
Programmbereich Naturwissenschaften
Langenhorner Chaussee 384
22419 Hamburg



In den Lehrplänen einiger Bundesländer gibt es noch keinen eigenständigen Themenbereich Teilchenphysik. Für diesen Fall sind die hier vorgestellten Mikrokurse zusammengestellt worden.

Alle Kurse schlagen auf originelle Weise eine Brücke von klassischen Lehrplanthemen zu aktuellen Forschungsgegenständen. Denn viele der im Physikunterricht behandelten Themen lassen sich leicht um einen Bezug zur modernen Physik und insbesondere der Teilchenphysik ergänzen.

Der zeitliche Bedarf für die Behandlung eines Kurses beträgt ca. ein bis zwei Unterrichtsstunden. Vorkenntnisse zur Teilchenphysik sind kaum notwendig. Die Mikrokurse können und sollen deshalb auch gerade dort eingesetzt werden, wo nur wenig Zeit zur Verfügung steht oder das Thema Teilchenphysik nicht im Lehrplan verankert ist.

Zu jedem Kurs werden Einsatzmöglichkeiten und wünschenswerte Vorkenntnisse der Schüler*innen angegeben. Auf mögliche Erweiterungen und Vertiefungen wird hingewiesen.