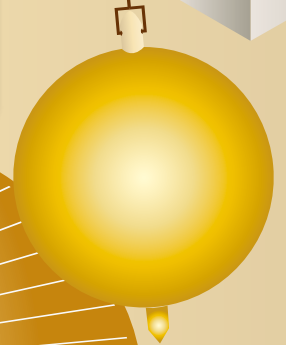


Anjali Ahojja · Corina Toma · Damjan Štrus · Dionysis Konstantinou · Maria Dobkowska · Miroslaw Los  
Schüler: Nandor Licker und Jagoda Bednarek



# Schwingende Körper



## EINFÜHRUNG

Wir sind umgeben von Gegenständen, die schwingen. Jedes Geräusch stammt von einer Quelle, die schwingt. Die Untersuchung einer Schwingung ist nicht ganz einfach, aber wir versuchen sie bei Feder- und Pendelbewegungen durchzuführen.

Diese Unterrichtseinheit eignet sich für Schüler im Alter zwischen 14 und 16 Jahren (Stufe I) und zwischen 17 und 19 Jahren (Stufe II). Die beteiligten Fächer sind: Physik, Mathematik und Informations- und Kommunikationstechnologien (IKT).



### Stufe I

Schüler bauen die Feder oder ein Pendel auf und bringen sie zum Schwingen. Sie beobachten ihre einfachen Bewegungen und zeichnen die Schwingungen mit einer Video- oder Handykamera auf. Mithilfe von „Tracker“ oder „VirtualDub“ (siehe Anhang) analysieren die Schüler die Videos (Bild für Bild) zur Bestimmung der Bewegungseigenschaften (Auslenkung in Abhängigkeit von der Zeit). Durch diese Videos und die Graphenanalyse können die Schüler Frequenz, Zeitraum und Amplitude feststellen und die Federkonstante oder Fallbeschleunigung für ein Pendel bestimmen.

### Stufe II

- A:** Die Schüler führen die gleichen Schritte wie die jüngeren Schüler aus, können aber die Graphen detaillierter analysieren. Durch die Videos und die Graphenanalyse können die Schüler die Phasenverschiebungen bei der Auslenkung beobachten und sind in der Lage die folgenden Größen festzustellen: Frequenz, Zeitraum, Amplitude, Geschwindigkeit und Beschleunigung sowie deren Abhängigkeit von der Zeit. Darüber hinaus können sie den Energieerhaltungssatz der Mechanik beweisen.
- B:** Die Schüler befestigen einen Beschleunigungsmesser an dem schwingenden Körper. Sie können die Beschleunigungswerte erfassen und mit diesen Daten Zeitraum, Geschwindigkeit, Amplitude, Auslenkung, kinetische und potentielle Energien berechnen. Danach zeichnen sie Graphen und können die Parameter derselben Bewegung mit diesen beiden Methoden überprüfen: erstens durch Differentiation (Auslenkung → Geschwindigkeit → Beschleunigung) und zweitens durch Integration (Beschleunigung → Geschwindigkeit → Auslenkung).

## HILFSMITTEL

Für diese Unterrichtseinheit benötigen die Schüler: entweder eine digitale Videokamera oder Webcam oder eine Handykamera; ein Lineal oder eine sonstige Skala (nahe genug am schwingenden Körper platziert und auf dem Video sichtbar); verschiedene Federn, 3 bis 4 Massen unterschiedlicher Größenordnung, die an einer Feder hängen; 3 bis 4 Pendel von unterschiedlicher Länge, einen PC oder Laptop; Videoanalyse-Software, z.B.: Tracker oder VirtualDub; das Java-Programm „Osc“, siehe [www.science-on-stage.de](http://www.science-on-stage.de).

## INHALT

Die einfachsten mechanischen Schwingungssysteme bestehen aus einem Körper der Masse  $m$ , der an einer Feder oder einem Pendel hängt (kleiner Schwingwinkel). Die Trägheitseigenschaft der Masse  $m$  bringt das System zum Überschwingen des Gleichgewichtspunkts. Wendet man das Zweite Newtonsche Gesetz für den schwingenden Körper an, erhält man die Bewegungsgleichung für das System.

Die Schüler müssen die Formeln für verschiedene physikalische Größen umstellen.

### Stufe I

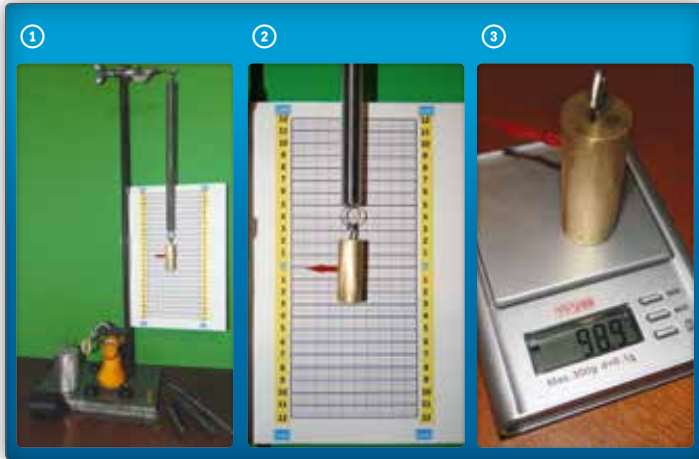
Die Schüler der ersten Stufe müssen die folgenden physikalischen Größen bearbeiten:

- Die Schwingungsdauer der Feder:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ , wobei  $m$  die Masse des schwingenden Körpers darstellt;
- Die Schwingungsdauer des Pendels  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ , wobei  $\ell$  die Länge des Pendels und  $g$  die Fallbeschleunigung darstellt.

### Stufe II

Die Schüler der zweiten Stufe müssen die folgenden physikalischen Größen bearbeiten:

- Federkraft:  $F = kx$ , wobei  $k$  die Federkonstante und  $x$  die Auslenkung des schwingenden Körpers darstellt;
- Die Zeiträume: für die Feder  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ , wobei  $m$  die Masse des schwingenden Körpers darstellt; für das Pendel  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ , wobei  $\ell$  die Länge des Pendels und  $g$  die Fallbeschleunigung darstellt;



- 1 Auslenkung des schwingenden Körpers in einfacher harmonischer Bewegung:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ , wobei  $A$  die Amplitude,  $\omega$  die Winkelfrequenz und  $\varphi$  die Phasenkonstante darstellt;
- 2 Auslenkung des schwingenden Körpers bei gedämpfter Schwingung:  $x = A e^{-(b/2m)t} \cos(\omega t + \Phi)$  mit  $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$ , wobei  $b$  die viskose Dämpfungskonstante darstellt;
- 3 Geschwindigkeit des schwingenden Körpers;  
 $v = \omega A \cos(\omega t + \varphi)$
- 4 Beschleunigung des schwingenden Körpers;  
 $a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi)$
- 5 Die gesamte mechanische Energie kann als Summe der potentiellen und kinetischen Energie ausgedrückt werden: für die Feder;  $E_m = E_p + E_k = \frac{k y^2}{2} + \frac{m v^2}{2}$   
für das Pendel.  $E_m = E_p + E_k = m g \Delta h + \frac{m v^2}{2}$

### Versuch für Stufe I und II

- 1 Vorbereitung der Feder, an deren Ende eine Masse hängt/ Vorbereitung des Pendels mit daran hängender Masse; Einrichtung des Lineals an geeigneter Position zur Beobachtung der Auslenkung. ① ②
  - 2 Dokumentation der Masse (Federversuch) / Dokumentation der Pendellänge. ③
  - 3 Einrichtung der Webcam gegenüber der Feder bzw. des Pendels, so dass der gesamte Aufbau im Bild eingefangen werden kann.
  - 4 Fallenlassen der Masse aus der Originalposition und Schwingenlassen um ihre Ruheposition.
  - 5 Speicherung des Videos.
- 1 Messung des Schwingungszeitraums mit einem Zeitmesser oder Ablesung von der Filmaufnahme.
  - 2 Befestigung eines Beschleunigungsmessers am schwingenden Körper und Datensicherung (nur Stufe II).
  - 3 Ermittlung, welche Auswirkung die Veränderung der ausgewählten Parameter auf die Schwingungsgrößen hat.

### Analyse

1. Für die Arbeit mit der Tracker-Software importieren die Schüler den Videoclip und wählen die zu analysierenden Teile aus.

Das Programm erhält Informationen über die Position des beobachteten Körpers als Funktion der Zeit. Auf Grundlage dieser Daten zeichnet das Programm Graphen, die die Abhängigkeit verschiedener Größen von der Zeit darstellen: Position in horizontaler und vertikaler Richtung, Geschwindigkeit in diesen beiden Richtungen, Ist-Geschwindigkeit, Beschleunigung, mechanische Energie (kinetische und potentielle Energie).

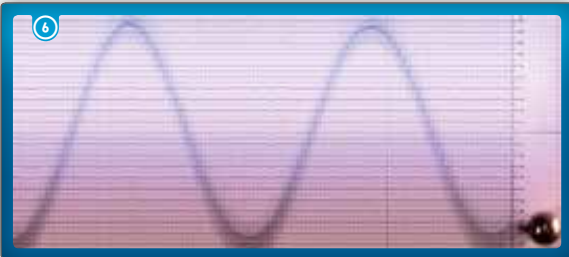
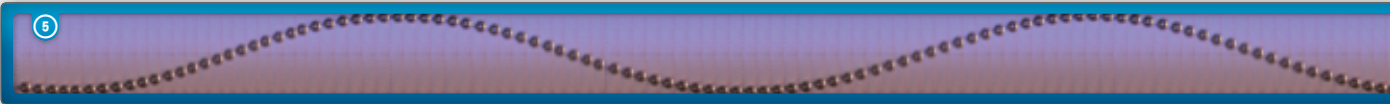
Mit dem Programm können auch neue physikalische Größen definiert werden, falls die Schüler ihre Veränderungen beobachten und analysieren möchten.

2. Wenn die Schüler mit Tracker oder VirtualDub arbeiten, können sie die gemeinsamen Merkmale der Auslenkungsveränderungen für Feder- und Pendelschwingungen beobachten. Auf den Bildern 4 bis 7 sieht man die Verknüpfung von Bildern einer Zeitspanne, die mit der „VirtualDub“-Software erstellt wurde. Beim Vergleich dieser Bilder kann man die gleichartigen Merkmale der Pendel- und Federschwingungen erkennen.

- 1 Federschwingungen (Bild für Bild zusammengefasst) ④
- 2 Pendelschwingungen (Bild für Bild zusammengefasst) ④
- 3 Pendel (Bild für Bild zusammengefasst) ⑤

3. Interessant sind die Untersuchung der einfachen harmonischen Bewegung einer Feder/eines Pendels mit einem Beschleunigungsmesser und die Dokumentation der Beschleunigung des schwingenden Körpers. Im Anschluss daran können die Schüler diese Daten mit dem Programm „Osc“ ([www.science-on-stage.de](http://www.science-on-stage.de)) bearbeiten. Die Software liefert vier Graphen zur Darstellung der Abhängigkeit der Zeit von Beschleunigung, Geschwindigkeit, Auslenkung und Gesamtenergie (kinetische und potentielle Energie).

Wenn die Schüler die Daten importieren, zeichnen sie den folgenden Graphen:  $a = f(t)$ . Mithilfe dieses Graphen können sie den Zeitraum der Schwingung abschätzen und die



Winkel­frequenz sowie die Auslenkung des schwingenden Körpers berechnen. Sie vergleichen die Versuchsdaten mit den von der Software bereitgestellten Daten. ⑦

Bei der Arbeit mit Tracker, Virtual Dub oder Osc lauten die Hauptaufgaben für die Schüler:

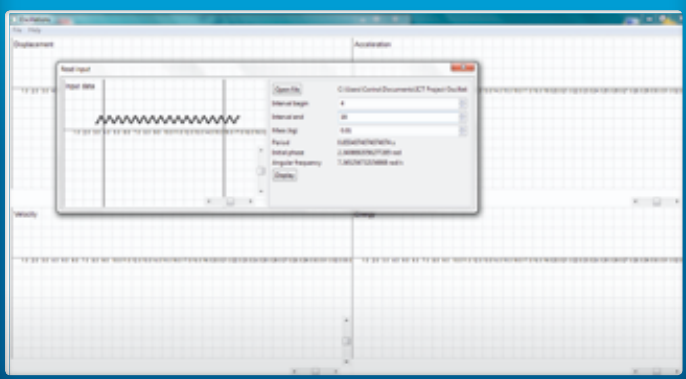
- Beobachtung der Schwingungsmerkmale (Stufe I, II);
- Ermitteln der charakteristischen Daten für die Schwingungen (I, II);
- Zeichnen der Graphen:  $T = f(m)$ , wenn  $k$  unverändert ist, und  $T = f(k)$  bei gleichbleibender Masse (Stufe II für die Feder) und  $T = f(l)$  (Stufe I, II für das Pendel);
- Beobachten der Phasenverschiebung zwischen Auslenkung und Geschwindigkeit sowie zwischen Auslenkung und Beschleunigung (II);
- Beweisen des Energieerhaltungssatzes der Mechanik – bei der graphischen Darstellung ⑧ stellt die schwarze Kurve die Gesamtenergie dar, die sich aus der Sum-

me der potentiellen Energie (blaue Kurve) und der kinetischen Energie (grüne Kurve) ergibt (II);

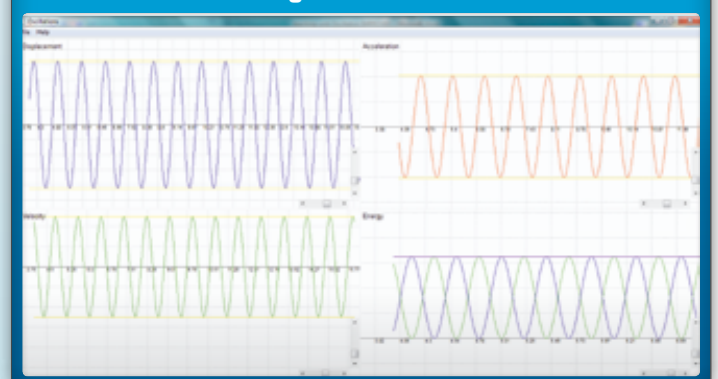
- Sicherstellen, dass der Zeitraum der potentiellen und kinetischen Energieveränderung halb so lang ist wie der Schwingungszeitraum (II);
- Nachweisen der Abhängigkeit  $T = f(m)$  für eine Feder mit der Konstante  $k$ , wenn entsprechende Datensätze für unterschiedliche Massen vorliegen, oder der Abhängigkeit  $T = f(k)$  für dieselbe Masse und unterschiedliche Federn (II);
- Nachweisen der Abhängigkeit  $T = f(l)$  für ein Pendel (I, II).

Mit derselben Software Osc ([www.science-on-stage.de](http://www.science-on-stage.de)) können die Schüler eine gedämpfte Schwingung simulieren ⑨. Sie können folgende Schwingungsparameter wählen: Frequenz, Amplitude, Phasenkonstante sowie  $b/2m$  (wobei  $b$  die viskose Dämpfungskonstante und  $m$  die Masse des schwingenden Körpers darstellt) (II). Die Schüler können ihre Meinung äußern über: die Auslenkungswerte für den Zeitpunkt, in dem die Geschwindigkeit oder die Beschleunigung ihren Höchststand erreichen bzw. gleich Null sind; den Unterschied zwischen dem Bewegungszeitraum und den kinetischen oder potentiellen Energiezeiträumen; sowie schließlich den Einfluss der Reibung auf die Bewegungsparameter.

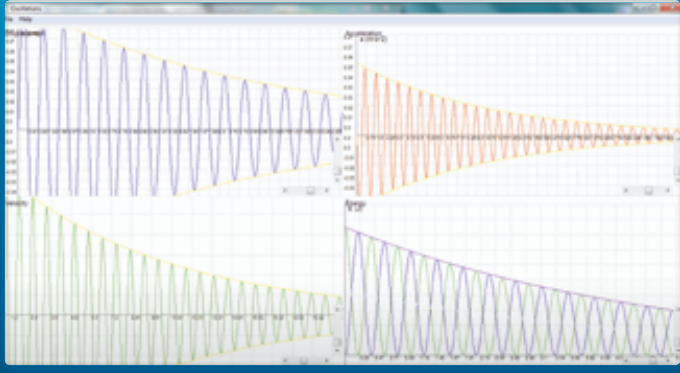
### ⑦ Vergleich der Versuchsdaten mit den Daten der Software Osc



### ⑧ Grafische Darstellung in der Software Osc



### 9 Simulation einer gedämpften Schwingung mit der Software Osc



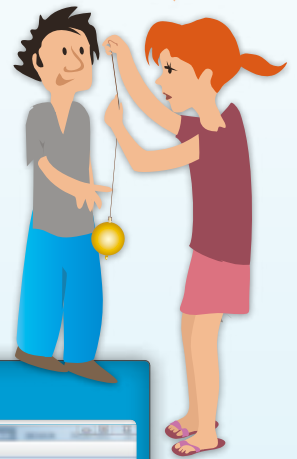
### SCHLUSSFOLGERUNG

Die einfache Bewegung einer Feder ist nicht so einfach zu untersuchen. Durch den gleichzeitigen Einsatz von Versuchen und Echtdaten für die gewählte Software lernen die Schüler auf leicht verständliche Weise etwas über die Abhängigkeit zwischen den unterschiedlichen Parametern der Schwingungsbewegung und erweitern ihre IKT-Kenntnisse. Sie sind danach in der Lage, das Erlernte bei der Untersuchung anderer Schwingungsbewegungen anzuwenden.

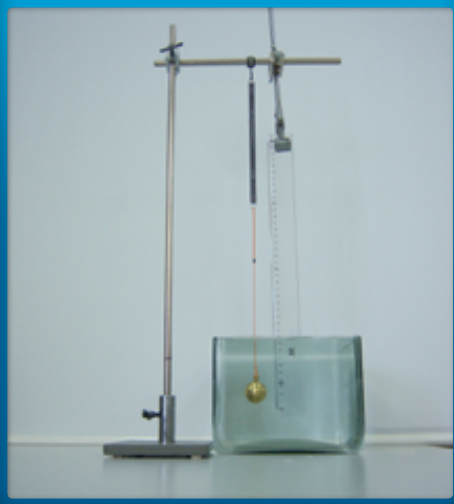
Bild 10 zeigt, wie man mit einfachen Mitteln gedämpfte Schwingungen untersuchen kann. Bild 11 ist das Ergebnis einer Analyse mit Tracker.

Die Schüler können Schlussfolgerungen ziehen bezüglich:

- Der Auslenkungswerte bei maximaler oder Nullgeschwindigkeit;
- Der Auslenkungswerte bei maximaler oder Nullbeschleunigung;
- Der Frage, warum der Schwingungszeitraum doppelt so lang ist wie die Änderungszeiträume der potentiellen und kinetischen Energie;
- Des Einflusses der Reibung auf die Bewegungsparameter.



### 10 Untersuchung von gedämpften Schwingungen mit einfachen Mitteln



### 11 Ergebnis der Analyse mit Tracker

