



DIONYSIS KONSTANTINOU · ANDREAS MEIER · ZBIGNIEW TRZMIEL

# ACHTUNG AUFSETZER!



 Bewegung, Rotation, Rollbewegung, kinetische Translationsenergie, kinetische Rotationsenergie, Reibung

 Physik, Informatik/EDV

 Es gibt zwei Aktivitätenblöcke. Beide eignen sich für Schüler von 16–18 Jahren. Der erste ist auch für Schüler von 14–15 Jahren geeignet.

### 1 | ZUSAMMENFASSUNG

Schüler untersuchen die Bewegung, die kinetische Energie und die Dynamik beim Abprall eines Balls. Sie entdecken außerdem, dass die kinetische Energie eines echten Körpers sowohl aus Translations- als auch aus Rotationsenergie besteht.

### 2 | VORSTELLUNG DES KONZEPTS

#### 2 | 1 Zusammenfassung

Für einen Torwart ist ein Ball schwerer zu halten, wenn er vor ihm vom Boden abprallt. In dieser Unterrichtseinheit lernen die Schüler, wie man die Faktoren untersucht, die zu Veränderungen in der Energie und Bewegung eines Balls beim Abprall führen. In diesem Zusammenhang lernen sie die physikalischen Gesetze von Translations- und Rotationsbewegungen eines Festkörpers kennen, insbesondere mit Bezug zu einer rollenden Bewegung. Im Kern besteht die Unterrichtseinheit aus zwei Experimenten. Die Schüler nehmen die Bewegung eines Balls auf und analysieren sie mit einem Videoanalyse-Tool. Die Experimente wurden so ausgewählt, dass die Schüler Gelegenheit bekommen, das jeweilige Phänomen genau zu untersuchen. So werden sie zu bestimmten Schlussfolgerungen gelangen und können damit die Kraft, die Bewegung, die Dynamik und die Energie beim Abprall eines Balls genau erklären.

#### 2 | 2 Erforderliche Kenntnisse

Die Schüler sollten die Physik der Bewegung, die Rolle der Kraft in der Bewegung und potenzielle und kinetische Energie mit Bezug zu Punktmassen kennen. Außerdem sollten sie mit Vektorgrößen wie der Geschwindigkeit und linearen Impulsen arbeiten können.

#### 2 | 3 Theoretischer Hintergrund

##### 2 | 3 | 1 Kinetik

Rollbewegungen sind eine Kombination aus Translations- und Rotationsbewegung. Für diese Art von Bewegung gilt:

1. Der Schwerpunkt (SP) bewegt sich mit einer translatorischen Bewegung. Seine Geschwindigkeit mit Bezug zum Boden ist  $\vec{v}_{SP}$ .
2. Der Rest des Körpers rotiert um den Massenschwerpunkt und weist zwei Arten von Bewegung auf: Translationsbewegung mit  $\vec{v}_{SP}$  und Rotationsbewegung.

Sehen wir uns den Punkt  $i$  des Körpers an. In der zweiten Art von Bewegung ist dessen absolute Geschwindigkeit mit Bezug zum SP:  $v_{rel,SP}^i = r_i \omega$ .

Die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  befindet sich an der Rotationsachse. Die Geschwindigkeit von Punkt  $i$  mit Bezug zum SP ist tangential zum Pfad von Punkt  $i$ . Die beiden Geschwindigkeiten stehen durch die Rechte-Hand-Regel miteinander in Bezug.

$r_i$ : Abstand des spezifischen Punkts  $i$  von der Rotationsachse [m]

$\omega$ : Winkelgeschwindigkeit des Körpers [ $\frac{1}{s}$ ]

$v$ : Geschwindigkeit [ $\frac{m}{s}$ ]

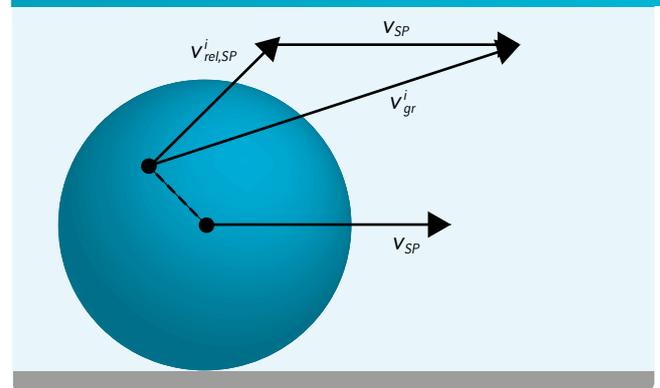
Mit Bezug zu den Punkten des Umfangs wird hier die  $\vec{v}_{rel,SP}$  zu  $R\omega$ .

$R$ : Radius des Körpers [m]

Deshalb ist die Geschwindigkeit des Punktes  $i$  des Körpers mit Bezug zum Boden die Vektorsumme der beiden Geschwindigkeiten (ABB. 1).

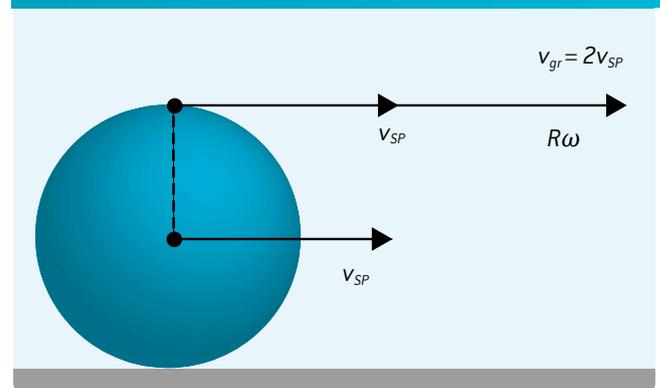
$$\vec{v}_{gr}^i = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{rel,SP}^i$$

ABB. 1



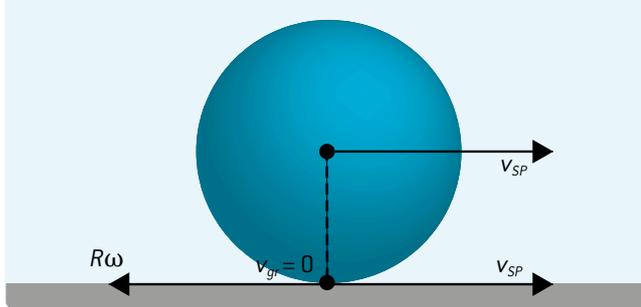
Die  $\vec{v}_{gr}$  des obersten Punktes des Körpers ist gleich  $2\vec{v}_{SP}$ .

ABB. 2



Die Geschwindigkeit  $\vec{v}_{gr}$  des Punktes, der in Kontakt mit dem Boden steht, ist null, d. h. er ist momentan in Ruhe (**ABB. 3**).

ABB. 3



Schließlich bedeutet die Bedingung  $v_{SP} = R\omega$ , dass der Körper rollt, ohne zu rutschen.

### 2 | 3 | 2 Kinetische Energie

Ein kugelförmiger Körper in Bewegung hat im Allgemeinen kinetische Translations- und Rotationsenergie:  $E_{kin,tr}$  bzw.  $E_{kin,rot}$

$$E_{kin,tr} = \frac{1}{2}mv^2 \text{ und } E_{kin,rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$m$ : Masse [kg]

$I$ : Trägheitsmoment [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]

$v$ : absolute Geschwindigkeit [ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ]

$\omega$ : Winkelgeschwindigkeit des kugelförmigen Körpers [ $\frac{1}{\text{s}}$ ]

Denken wir an den Abprall eines solchen Körpers vom Boden und konzentrieren wir uns auf den kurzen Zeitraum unmittelbar vor bis unmittelbar nach dem Abprall, zu dem wir die Kraft untersuchen können, die zwischen dem Körper und dem Boden herrscht.

Vor dem Abprall:

$$E_{kin,tr(1)} = \frac{1}{2}mv_1^2 \text{ und } E_{kin,rot(1)} = \frac{1}{2}I\omega_1^2.$$

Nach dem Abprall bestehen diese beiden Größen weiter, nur mit unterschiedlichem Wert:

$$E_{kin,tr(2)} = \frac{1}{2}mv_2^2 \text{ und } E_{kin,rot(2)} = \frac{1}{2}I\omega_2^2.$$

Index 1 und Index 2 entsprechen den Werten vor beziehungsweise nach dem Abprall vom Boden.

Die Kraft zwischen dem Boden und dem Körper besteht aus vertikalen und horizontalen Komponenten. Wenn wir davon ausgehen, dass der Ball auf dem Boden nicht rutscht, dann ist die horizontale Komponente statische Reibung. Deren Arbeit am Ball ist gleich null, da ihr Moment zu einer Winkelbeschleunigung führt. Das bedeutet, dass die Winkelgeschwindigkeit sich in ihrem Wert sowie manchmal auch in ihrer Richtung ändert. Allerdings wird keine Energie in Wärme umgewandelt, und wir erhalten nur einen Austausch zwischen Translations- und Rotationsenergie. Die vertikale Komponente und das Gewicht des Balls erzeugen eine vertikale Beschleunigung mit Bezug zum Ball. Da der Ball auf dem Boden nicht rutscht, können wir den

Energieerhaltungssatz der Mechanik anwenden:

$$E_{pot(1)} + E_{kin,tr(1)} + E_{kin,rot(1)} = E_{pot(2)} + E_{kin,tr(2)} + E_{kin,rot(2)}.$$

$E_{pot}$  ist potenzielle Energie, wohingegen Index 1 und Index 2 sich auf die Zustände unmittelbar vor beziehungsweise nach dem Abprall des Balls beziehen.

Da wir uns auf das Ereignis des Abprallens des Balls vom Boden konzentrieren, gilt:

$$E_{pot(1)} = E_{pot(2)}$$

$$\text{Und somit: } E_{kin,tr(1)} + E_{kin,rot(1)} = E_{kin,tr(2)} + E_{kin,rot(2)}.$$

Aufgrund mehrerer Faktoren, wie z. B. der Oberflächenbeschaffenheit des Bodens und der Winkelgeschwindigkeit des Balls unmittelbar vor dem Abprall, ist es schwierig, die Auswirkung der Reibung einzuschätzen. Deshalb ist es auch nicht einfach, die Daten zur Bewegung des Balls unmittelbar nach dem Abprall vorherzusagen, insbesondere den Vektor seiner Geschwindigkeit.

### 2 | 4 Experimente und Verfahren

- Um das Interesse der Schüler zu wecken, sollen sie einen Ball fallen lassen und ihn gleichzeitig in Rotation versetzen<sup>[1]</sup>. Es wäre wünschenswert, wenn sie eine Verknüpfung zwischen dem „Kick“ des Balls und seiner Rotation herstellen würden.
- Erstes Experiment (erster Aktivitätenblock)  
Die Schüler bauen aus zwei parallelen Stäben eine Rampe. Der Abstand zwischen diesen beiden Stäben sollte etwas geringer sein als der Durchmesser des Balls.

Die Schüler sollen einen kleinen Ball oben an der Rampe loslassen, seine Bewegung aufnehmen und die Aufnahme mit einem Videoanalyse-Tool wie z. B. Tracker<sup>[2]</sup> analysieren. Diese Software wird in der Broschüre *iStage 1 – Unterrichtsmaterialien für IKT in den Naturwissenschaften*<sup>[3]</sup> detailliert beschrieben. Noch besser wäre es, eine „schnelle“ Kamera zu verwenden (120 Bilder in der Sekunde oder mehr).

Der massive Ball ( $m, R$ )  $I = \frac{2}{5}mR^2$  rollt ohne zu rutschen von Position (1) zum Boden, d. h. in Position (2), und rollt dann auf dem Boden noch weiter (**ABB. 4 und 5**).



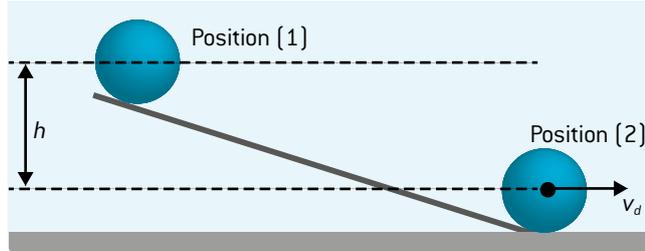
ABB. 4 Aufbau des ersten Experiments

Hinweis: Das Trägheitsmoment eines Balls, wie er bei Fußballspielen verwendet wird, liegt eher bei  $\frac{2}{3}mR^2$ .

Im Experiment wird aber ein massiver Ball verwendet.

Wenn der Ball die Rampe hinunterrollt, verändern sich seine Geschwindigkeit  $v$  und seine Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  zu  $v = R\omega$ .

ABB. 5



Der Energieerhaltungssatz lautet:  
 $mgh = \frac{1}{2}mv_d^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \dots = \frac{7}{10}mv_d^2 .$

$\vec{v}_d$  ist die Geschwindigkeit des Balls unten an der Rampe. Die translatorische kinetische Energie ist gleich  $\frac{5}{10}mv_d^2$ , und daher ist die kinetische Rotationsenergie gleich  $\frac{2}{10}mv_d^2$ .

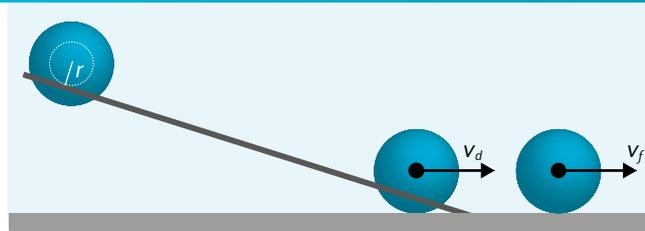
Somit gilt:  $\frac{E_{kin,rot}}{E_{kin,tr}} = \frac{2}{5}$ .

Im vorgeschlagenen Experiment entspricht die Bewegung des Balls auf der Rampe  $v = r\omega$ , wobei  $r$  für den Abstand zwischen der Rotationsachse und dem jeweiligen Punkt steht, an dem der Ball die Rampe berührt.

Das Experiment wird so aufgebaut, dass  $r < R$  (ABB. 6) ist. Folglich ist das Verhältnis  $\frac{E_{kin,rot}}{E_{kin,tr}}$

größer als  $\frac{2}{5}$ . Sobald der Ball auf dem Boden ist, wird das Verhältnis gleich  $\frac{2}{5}$ , sodass die Rollbewegung eine neue Konfiguration bekommt, in der der Abstand zwischen der Rotationsachse und dem Punkt, an dem der Ball den Boden berührt, gleich  $R$  ist.

ABB. 6



Genau dies passiert, und nach einem sehr schnellen Übergang bekommt die Geschwindigkeit des Balls ihren endgültigen Wert, wobei die Geschwindigkeit  $\vec{v}_f$  größer ist als die Geschwindigkeit  $\vec{v}_d$ , mit der der Ball auf den Boden auftrifft.

Die Schüler können mit bloßem Auge erkennen, dass der Ball auf dem Boden schneller rollt. Dann können sie die Bewegung analysieren und die Geschwindigkeiten definieren:  $\vec{v}_d$  und  $\vec{v}_f$ .

Dazu müssen sie die kinetische Rotationsenergie berücksichtigen. Ansonsten gibt es keine Erklärung nach der Energieerhaltung. Jeder, der weiß, dass ein fester Körper kinetische Translations- und Rotationsenergie haben kann, versteht, dass infolge der Reibung zwischen Boden und Ball ein Teil der kinetischen Rotationsenergie in kinetische Translationsenergie umgewandelt wurde.

2 | 5 **Benötigtes Material**

Zwei Stäbe, jeweils ein Meter lang, und zugehörige Aufsteller und Verbindungsstücke, ein kleiner Ball, vorzugsweise ein massiver Ball aus Hartgummi. Dieses Material ist normalerweise in jedem Schullabor vorhanden.

ABB. 7 Erster Teil der Bewegung,  $v_d = 1,85 \text{ m/s}$

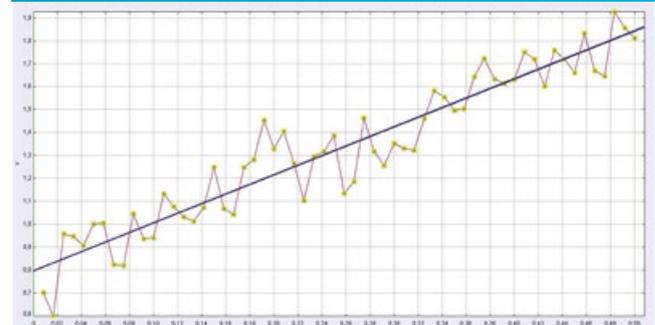


ABB. 8 Zweiter Teil der Bewegung,  $v_f = 2,4 \text{ m/s}$



3 | **AUFGABE DER SCHÜLER**

3 | 1 **Erstes Experiment: erster Aktivitätenblock**

1. Aufbau des Experiments
2. Aufzeichnung eines Videos<sup>[1]</sup>
3. Analyse mit einem Videoanalyseprogramm, z. B. Tracker<sup>[2]</sup>
4. Definition der Geschwindigkeiten unmittelbar vor und nach dem Auftreffen auf der horizontalen Ebene (siehe ABB. 6 und 7)
5. Messung des Radius des Balls und Definition seiner Winkelgeschwindigkeit zu Beginn der Rollbewegung auf dem Boden (ABB. 9)
6. Messung der Masse des Balls und Definition der kinetischen Translationsenergie kurz vor ( $E_{kin,tr[1]}$ ) und nach ( $E_{kin,tr[2]}$ ) dem Abprall von der horizontalen Ebene (ABB. 9)
7. Erklärung der Veränderung der kinetischen Energie



ABB. 9  $\omega = 156 \text{ s}^{-1}$ ,  $E_{kin,tr(1)} = 2,46 \cdot 10^{-2} \text{ J}$ ,  $E_{kin,tr(2)} = 4,14 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

### 3 | 2 Zweites Experiment

Die Schüler sollen ein Experiment aufbauen, ähnlich dem ersten. Diesmal muss das Ende der Rampe jedoch etwa 0,6 Meter oberhalb der horizontalen Ebene platziert werden.



ABB. 10 Aufbau des zweiten Experiments

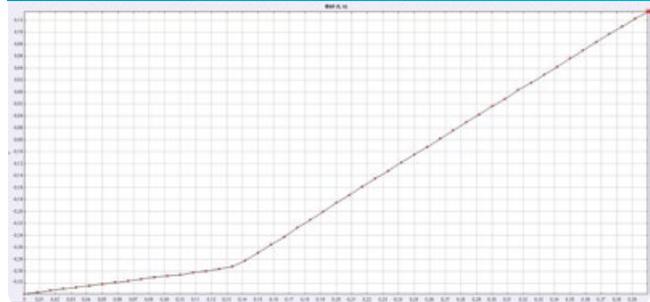
Die Schüler sollen den Ball rollen und auf die Oberfläche unter der Rampe fallen lassen. Sie sollen die Bewegung aufnehmen und mit einem Videoanalyse-Tool wie z. B. Tracker [2] analysieren. In diesem Fall beginnt der interessante Aspekt der Bewegung, sobald der Ball die Rampe verlassen hat und eine beträchtliche Rotation aufnimmt. In diesem Experiment beschäftigen sich die Schüler allerdings genauer mit Bewegung und Energie.

#### Zweiter Aktivitätenblock

1. Aufbau des Experiments.
2. Einen Ball ganz oben von einer Rampe herunterrollen lassen und die Bewegung mit einer Kamera aufzeichnen [1].
3. Zeichnen eines Diagramms  $x$  im Verhältnis zu  $t$  und Definition der horizontalen Komponente der Geschwindigkeit des Balls  $v_x$  im Abfall und im Anstieg. Erklärung der Veränderung in  $v_x$ .
4. Messung der Masse des Balls und Berechnung des Anteils der  $E_{kin,rot}$  des Balls, der in  $E_{kin,tr}$  umgewandelt wird. Außerdem sollte die Geschwindigkeit des Balls kurz vor und kurz nach dem Abprall definiert werden.

$$v_{fall,fin} = 2,55 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad E_{kin,tr(1)} = 4,67 \cdot 10^{-2} \text{ J} \quad (\text{ABB. 12}) \text{ und}$$

ABB. 11 Beispieldiagramm zur Veränderung der Geschwindigkeit



$$v_{rise,init} = 2,76 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad E_{kin,tr(2)} = 5,47 \cdot 10^{-2} \text{ J} \quad (\text{ABB. 13})$$

$$\Delta E_{kin,tr} = 0,8 \cdot 10^{-2} \text{ J} = -\Delta E_{kin,rot}$$

ABB. 12

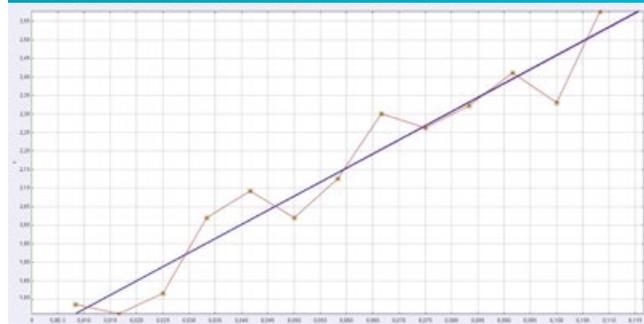
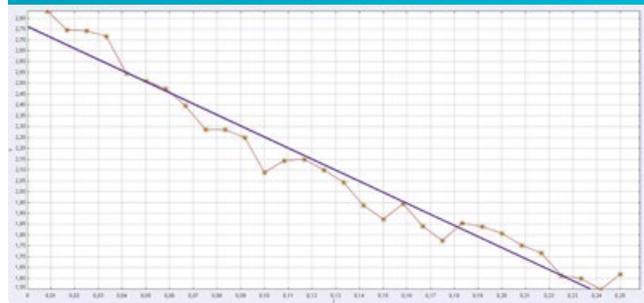


ABB. 13



5. Definition der Veränderung  $\vec{\Delta p}$  [ $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ] des Impulses des Balls beim Kontakt mit dem Boden (ABB. 14).

$$\vec{\Delta p} = m \vec{\Delta v}$$

$\vec{v}_1$  und  $\vec{v}_2$  sind die Geschwindigkeiten kurz vor und kurz nach dem Abprall. Ihre absoluten Werte in diesem speziellen Experiment sind  $2,55 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  und  $2,76 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Der Winkel beträgt  $\varphi = 134^\circ$ .

$\vec{\Delta v}$  ist die Veränderung der Geschwindigkeit. Ihr absoluter Wert wird berechnet als  $4,89 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Der Winkel zwischen  $\vec{v}_2$  und  $\vec{\Delta v}$  wird berechnet als  $24^\circ$ .

Die Veränderung des Impulses ergibt sich aus der Formel  $\vec{\Delta p} = m \vec{\Delta v}$ .

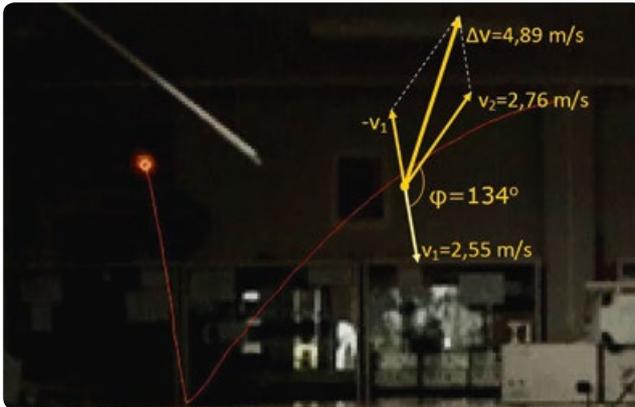


FIG. 14

Die Richtung ist dieselbe wie die von  $\vec{\Delta v}$  und der absolute Wert beträgt  $7 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- Der zweite Teil der Bewegung ist so zu betrachten, als würde der Ball vom Boden aus geworfen. Definition der Anfangswerte, die diesen Wurf charakterisieren und Berechnung der maximalen Höhe und des Umfangs des Wurfs. Vergleich der errechneten Werte mit den entsprechenden Werten aus Tracker. Erklärung für etwaige Abweichungen zwischen der Datenanalyse und den theoretischen Werten.

#### 4 | FAZIT

Die Schüler sollen die Veränderungen der Bewegung und Energie eines Balls beobachten und einen Bezug zur Kraft herstellen, insbesondere zum Moment der Kraft sowie zur horizontalen Komponente der Kraft zwischen dem Ball und dem Boden. Gleichzeitig sollen die Schüler zu der Schlussfolgerung gelangen, dass die kinetische Energie eines festen Körpers aus zwei Größen besteht (kinetische Translations- und Rotationsenergie). Das Punktmassenmodell, das wir normalerweise im Mechanikunterricht verwenden, führt in dieser Hinsicht bei manchen Schülern eventuell zu Missverständnissen, die wir in dieser Unterrichtseinheit ausräumen können.

#### 5 | OPTION ZUR KOOPERATION

Schüler aus unterschiedlichen Schulen und vielleicht sogar aus unterschiedlichen Ländern können miteinander kommunizieren und Videos austauschen. Besonders gut geeignet ist dafür die erste Aufgabe. Wir gehen davon aus, dass alle Schüler zu denselben Schlussfolgerungen gelangen, die sie dann per Telefonkonferenz besprechen können.

Schließlich könnten sie sich treffen und eine Reihe von Aufgaben durchführen, wie z. B.:

- Nach draußen gehen und eine Videokamera aufstellen. Ein Video vom Fall eines Balls auf den Boden drehen und die Daten zur Bewegung des Balls beim Abprall vom Boden betrachten.
- Analyse dieser Bewegung.

- Schlussfolgerungen zu den Merkmalen der Reibung während des Abpralls des Balls vom Boden anstellen.
- Definition der Geschwindigkeit des Balls vor und nach dem Abprall vom Boden, Messung der Masse des Balls und Berechnung der kinetischen Translationsenergie.
- Einen geschickten Fußballer aus der Klasse bitten, mit unterschiedlichen Techniken einen Ball zu kicken, Videos davon drehen und die Ergebnisse zum Abprall des Balls vom Boden beschreiben.
- Definitive Beantwortung der wichtigen Frage, warum ein Ball für einen Torwart schwerer zu halten ist, wenn er vor ihm vom Boden abprallt.
- Nach der Beendigung der Aufgaben kann ein Fußballspiel veranstaltet werden – natürlich zu rein wissenschaftlichen Zwecken. So ein Spiel stellt eine Win-Win-Situation für alle Beteiligten dar, egal, wie es am Ende ausgeht!

#### QUELLEN

- [www.science-on-stage.de/iStage3\\_Materialien](http://www.science-on-stage.de/iStage3_Materialien)
- [www.physlets.org/tracker](http://www.physlets.org/tracker)
- [www.science-on-stage.de/iStage1-downloads](http://www.science-on-stage.de/iStage1-downloads)



# IMPRESSUM

## ENTNOMMEN AUS

iStage 3 – Fußball im MINT-Unterricht  
verfügbar in Deutsch, Englisch, Französisch, Polnisch,  
Spanisch, Schwedisch, Tschechisch, Ungarisch  
[www.science-on-stage.de/istage3](http://www.science-on-stage.de/istage3)

## HERAUSGEBER

Science on Stage Deutschland e.V.  
Poststraße 4/5  
10178 Berlin

## REVISION UND ÜBERSETZUNG

TransForm Gesellschaft für Sprachen- und Mediendienste mbH  
[www.transformcologne.de](http://www.transformcologne.de)

## TEXT- UND BILDNACHWEISE

Die Autoren haben die Bildrechte für die Verwendung in  
dieser Publikation nach bestem Wissen geprüft und sind für  
den Inhalt ihrer Texte verantwortlich.

## GESTALTUNG

WEBERSUPIRAN.berlin

## ILLUSTRATION

Tricom Kommunikation und Verlag GmbH  
[www.tricom-agentur.de](http://www.tricom-agentur.de)

## BESTELLUNGEN

[www.science-on-stage.de](http://www.science-on-stage.de)  
[info@science-on-stage.de](mailto:info@science-on-stage.de)

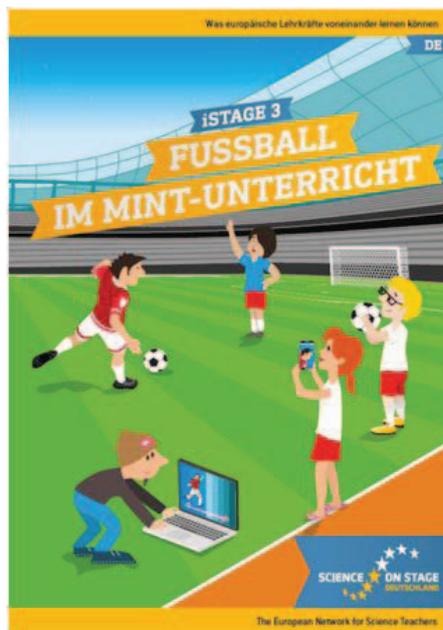
Zur besseren Lesbarkeit wurde auf die Verwendung der  
weiblichen Form verzichtet. Mit der männlichen Form ist  
stets auch die weibliche Form gemeint.

Creative-Commons-License: Attribution Non-Commercial  
Share Alike



1. Auflage 2016

© Science on Stage Deutschland e.V.



## SCIENCE ON STAGE – THE EUROPEAN NETWORK FOR SCIENCE TEACHERS

- ... ist ein Netzwerk von Lehrkräften für Lehrkräfte aller Schularten, die Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik (MINT) unterrichten.
- ... bietet eine Plattform für den europaweiten Austausch anregender Ideen und Konzepte für den Unterricht.
- ... sorgt dafür, dass MINT im schulischen und öffentlichen Rampenlicht steht.

Science on Stage Deutschland e.V. wird maßgeblich gefördert von think ING., der Initiative für den Ingenieur Nachwuchs des Arbeitgeberverbandes GESAMTMETALL.

### Machen Sie mit!

#### WWW.SCIENCE-ON-STAGE.DE

- Newsletter: [www.science-on-stage.de/newsletter](http://www.science-on-stage.de/newsletter)
- [www.facebook.com/scienceonstagedeutschland](https://www.facebook.com/scienceonstagedeutschland)
- [www.twitter.com/SonS\\_D](https://www.twitter.com/SonS_D)

Science on Stage Deutschland ist Mitglied in Science on Stage Europe e.V.

#### WWW.SCIENCE-ON-STAGE.EU

- [www.facebook.com/scienceonstageeurope](https://www.facebook.com/scienceonstageeurope)
- [www.twitter.com/ScienceOnStage](https://www.twitter.com/ScienceOnStage)