

LÖSUNGEN:

BINOMISCHE FORMELN

Mathematik

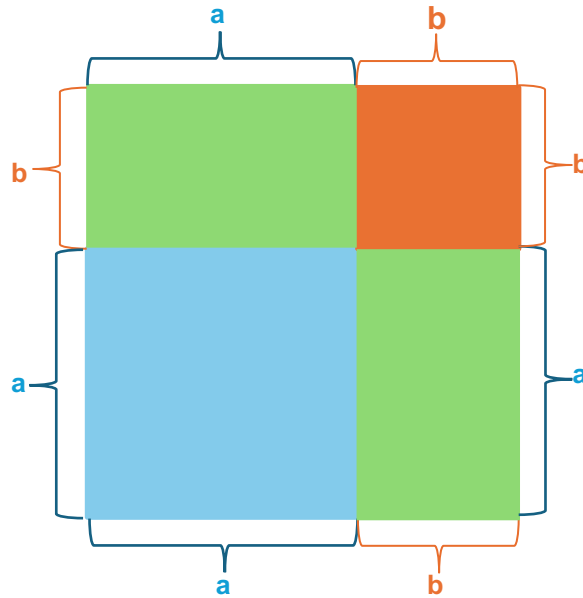
Entstanden im Rahmen des Projekts „Werkstatt offenes digitales Lernbüro“.
Förderlinie OE_COM des BMBFSFJ, durchgeführt vom learninglab Köln.

Erstellt von Heinz-Brandt-Schule Berlin im Rahmen des Projekts “Werkstatt offenes digitales Lernbüro” 2026.



Lizenz: CC BY 4.0 – Dieses Material darf unter Namensnennung geteilt, bearbeitet und weiterverwendet werden. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

Graphische Herleitung der ersten binomischen Formel



- Formuliere je einen Term, um den Flächeninhalt der kleinen Quadrate und Rechtecke zu berechnen. Fasse die Terme so weit wie möglich zusammen und schreibe sie in das jeweilige Viereck.

Blaues Quadrat: a^2

Orangenes Quadrat: b^2

Grünes Rechteck: ab

- Formuliere einen Term, um den Flächeninhalt des großen Quadrats zu berechnen, indem du die Flächeninhalte der kleinen Vierecke addierst. Fasse den Term so weit wie möglich zusammen.

$$a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- Formuliere einen Term, um den Flächeninhalt des großen Quadrats zu berechnen, indem du die Formel *Flächeninhalt = Seitenlänge²* verwendest.

$$(a + b)^2$$

- Setze die beiden Terme gleich.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Rechnerische Herleitung der ersten binomischen Formel

- Formuliere einen Term, um den Flächeninhalt des großen Quadrats zu berechnen, indem du die Formel *Flächeninhalt = Seitenlänge²* verwendest.

$$(a + b)^2$$

- Multipliziere die Klammern aus und fass den entstehenden Term so weit wie möglich zusammen.

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= \\(a + b) \cdot (a + b) &= \\a \cdot a + b \cdot a + a \cdot b + b^2 &= \\a^2 + 2ab + b^2 &= \end{aligned}$$

Erklärung der binomischen Formeln

Binomische Formeln sind Rechenregeln zum Ausmultiplizieren von Klammern der Form

$$(a + b)^2, (a - b)^2 \text{ oder } (a + b)(a - b).$$

1. Binomische Formel

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

Das bedeutet:

Das Quadrat der Summe ist gleich Quadrat der ersten Zahl + zweimal das Produkt beider Zahlen + Quadrat der zweiten Zahl.

2. Binomische Formel

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2a - 5)^2 = 4a^2 - 20a + 25$$

Das bedeutet:

Das Quadrat der Differenz ist gleich Quadrat der ersten Zahl – zweimal das Produkt beider Zahlen + Quadrat der zweiten Zahl.

3. Binomische Formel

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(x + 4)(x - 4) = x^2 - 16$$

Das bedeutet:

Summe mal Differenz ergibt die Differenz der Quadrate.

Und falls du einen Ohrwurm dazu möchtest, schau mal hier: [Dorfuchs - binomische Formeln](#)

Übungsaufgaben

Löse die Aufgaben auf einem extra Blatt.

Basisaufgaben

- $(x + 2)^2 = x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 = x^2 + 4x + 4$
- $(a + 4)^2 = a^2 + 2 \cdot 4 \cdot a + 4^2 = a^2 + 8x + 16$
- $(y - 3)^2 = y^2 - 2 \cdot 3 \cdot y + 3^2 = y^2 - 6y + 9$
- $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$
- $(m - 6)^2 = m^2 - 2 \cdot 6 \cdot m + 6^2 = m^2 - 12m + 36$

Weiterführende Aufgaben

- $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$
- $(3a - 4)^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 4 + 4^2 = 9a^2 - 24a + 16$
- $(5y + 2)(5y - 2) = (5y)^2 - 2^2 = 25y^2 - 4$
- $(4x - 1)^2 = (4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 1 + 1^2 = 16x^2 - 8x + 1$
- $(3x + 5y)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5y + (5y)^2 = 9x^2 + 30xy + 25y^2$
- $(2a + b)(2a - b) = (2a)^2 - b^2 = 4a^2 - b^2$
- $(5m - 2n)^2 = (5m)^2 - 2 \cdot 5m \cdot 2n + (2n)^2 = 25m^2 - 20mn + 4n^2$

Jetzt wird's etwas schwieriger

- Vereinfache: $(x + 3)^2 - (x - 3)^2$

$$\begin{aligned}(x + 3)^2 - (x - 3)^2 &= \\ x^2 + 6x + 9 - (x^2 - 6x + 9) &= \\ x^2 + 6x + 9 - x^2 + 6x - 9 &= \\ x^2 - x^2 + 6x + 6x + 9 - 9 &= \\ 12x &= \end{aligned}$$

- Zeige mithilfe der binomischen Formeln: $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$

$$\begin{aligned}(a + b)^2 - (a - b)^2 &= \\ a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) &= \\ a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 &= \\ a^2 - a^2 + 2ab + 2ab + b^2 - b^2 &= \\ 4ab &= \end{aligned}$$

3. Ein quadratischer Garten hat eine Seitenlänge von **x Metern**.
Um den Garten herum wird ein **2 Meter breiter Weg** angelegt.

- a) Stelle einen Term für die **Fläche des gesamten Grundstücks** (Garten + Weg) auf.
- b) Vereinfache den Term mithilfe einer **binomischen Formel**.
- c) Berechne die Gesamtfläche, wenn der Garten **10 m** lang ist.

a) $(x + 2)^2$

b) $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$

c) $10^2 + 4 \cdot 10 + 4 = 100 + 40 + 4 = 144m^2$