

03g_NumPy_Miniuebungen_Loesungen

0.1 Mini-Aufgaben zur Überprüfung des Verständnis: numpy.linalg

Testen Sie die Hilbertmatrix H für verschiedene Dimensionen $n \times n$ auf Invertierbarkeit, indem Sie sowohl auf vollen Rang als auch auf das Nichtverschwinden der Determinante prüfen.

```
[5]: import numpy as np

def hilbert(n):
    return np.array( [[1 / (i + j + 1) for j in range(n)] for i in range(n)] )

for n in [5,10,15,20]:
    H = hilbert(n)
    print("n={:3d}: Rank: {}, Determinante: {}".format(n,np.linalg.
    ↪matrix_rank(H),np.linalg.det(H)))
```

```
n= 5: Rank: 5, Determinante: 3.749295132489812e-12
n= 10: Rank: 10, Determinante: 2.164214627302023e-53
n= 15: Rank: 12, Determinante: -2.1491893717231662e-120
n= 20: Rank: 13, Determinante: -4.071586074747007e-196
```

Definieren Sie dann eine beliebige rechte Seite b als Vektor passender Dimension, und lösen Sie das lineare Gleichungssystem $Hx = b$ einmal durch die explizite Berechnung der Inversen gefolgt von einer Matrix-Vektor Multiplikation mit der rechten Seite, und einmal mittels `numpy.linalg.solve()`.

```
[11]: import numpy as np

n = 100
H = np.array( [[1 / (i + j + 1) for j in range(n)] for i in range(n)] )

b = np.random.random(n)
Hinv = np.linalg.inv(H)
x1 = Hinv.dot(b)

x2 = np.linalg.solve(H,b)

print("Version 1, Probe:", np.linalg.norm(H.dot(x1)-b))
print("Version 2, Probe:", np.linalg.norm(H.dot(x2)-b))
```

```
# Beide Lösungen sind Unfug, da die Hilbertmatrix schnell "numerisch singulär" ┘  
→wird.
```

Version 1, Probe: 167.29005252005965

Version 2, Probe: 61.86093082763917

0.2 Impressum

0.2.1 Programmierkurs Python, Dominik Göddeke <https://www.ians.uni-stuttgart.de>,
Universität Stuttgart

Version vom April 2023

Lizenziert unter der Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz



Veröffentlicht auf <https://zoerr.de>, (alle Rechte am Logo vorbehalten)



Gefördert durch die Stiftung Innovation in der Hochschullehre. (alle Rechte am Logo vorbehalten)



Gefördert mit Mitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft (EXC 2075 - 390740016) im Rahmen der Exzellenzstrategie.

[]: