

Woche 10 Theorie: Neuronale Netzwerke & die Mathe

Skript

Erarbeitet von
Joana Grah

Lernziele	1
Inhalt	2
Einstieg	2
Wie berechnet sich ein Neuron im künstlichen neuronalen Netzwerk?	2
Take-Home Message	4
Quellen	4
Weiterführendes Material	4
Disclaimer	4

Lernziele

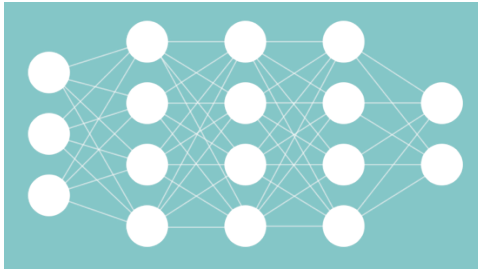
- Die Berechnung des Wertes eines Neurons in einem Hidden Layer aus dem vorhergehenden Layer beschreiben (mit den Begriffen „Weight“, „Bias“ und „Aktivierungsfunktion“) und durchführen können
- Die Funktionsweise der ReLU-Aktivierungsfunktion erläutern können

Inhalt

Einstieg

Heute wollen wir uns den Aufbau von neuronalen Netzwerken genauer anschauen.

Einblendung Grafik neuronales Netzwerk

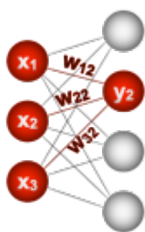


Diese vereinfachte Grafik zeigt die grobe Struktur eines sequenziellen Modells, mit dem Input-Layer links, den Hidden Layers in der Mitte und dem Output-Layer rechts.

Wie berechnet sich ein Neuron im künstlichen neuronalen Netzwerk?

Wir zoomen einmal in den ersten Layer und schauen uns genau an, wie sich die Information in einem bestimmten Neuron aus den Daten im Input-Layer zusammensetzt. Nehmen wir mal das hier.

Einblendung Grafik neuronales Netzwerk, animiert



Mathematiker*innen mögen ja nicht nur Zahlen, sondern auch Buchstaben ganz gerne, deswegen nennen wir das Neuron mal y_2 , weil es in unserem konstruierten Beispiel im ersten Hidden Layer an zweiter Stelle steht. Man sieht, dass sich die Information oder konkreter der numerische Wert in diesem Knoten aus den Werten in allen drei vorangehenden Knoten zusammensetzt, visualisiert durch die Verbindungslinien. Wir nennen konsistenterweise die drei Neuronen im Input-Layer x_1 , x_2 und x_3 .

Die Verbindungslinien repräsentieren im Modell einen essentiellen Bestandteil eines neuronalen Netzwerks, nämlich die Gewichte oder englisch Weights. Daher bezeichnen wir

die im Beispiel betrachteten Verbindungen mit w_{12} , also der Linie zwischen x_1 und y_2 , w_{22} zwischen x_2 und y_2 und w_{32} von x_3 zu y_2 . Diese Gewichte sind später genau die Parameter des Modells, die gelernt werden.

Einblendung handschriftliche Berechnungen, animiert

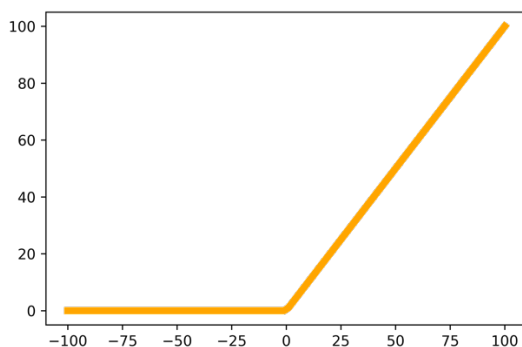
Wie berechnen wir jetzt aber y_2 ? Zunächst multiplizieren wir jedes Neuron im Input-Layer mit dem entsprechenden Gewicht, also $w_{12} \cdot x_1$, $w_{22} \cdot x_2$ und $w_{32} \cdot x_3$. Anschließend addieren wir diese Werte.

Nehmen wir mal ein konkretes Beispiel mit numerischen Werten. Hier rechnen wir also $5 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,25$. Das Zwischenergebnis ist 2,2.

Jetzt addieren wir noch den sogenannten Bias b hinzu. Im Beispiel ist $b = 1$, d.h. wir rechnen $2,2 + 1 = 3,2$.

Was jetzt noch fehlt, ist die sogenannte Aktivierungsfunktion. Sie wird also zum Schluss auf den Wert in der Klammer angewandt, um y_2 zu bestimmen. Es gibt nicht *die eine* Aktivierungsfunktion, sondern viele verschiedene. Eine bekannte und immer noch häufig verwendete ist die Rectified Linear Unit oder kurz ReLU. Sie klingt komplizierter, als sie ist, denn was sie macht ist Folgendes: Ist der Eingabewert größer oder gleich null, passiert nichts und der Wert bleibt gleich; ist er negativ, setzt sie ihn gleich null.

Einblendung ReLU



Visualisiert sieht die ReLU-Funktion so aus und mathematisch kann man sie einfach als max-Funktion aufschreiben.

Wenden wir in unserem Beispiel die ReLU-Aktivierungsfunktion auf unseren Wert 3,2 an, bleibt er gleich, da er positiv ist. Unser Ergebnis für den Knoten y_2 ist also 3,2.

Take-Home Message

Das ist schon die grundlegende Mathematik, die hinter neuronalen Netzwerken steckt: Multiplikation, Addition und eine Aktivierungsfunktion – natürlich stark vereinfacht und exemplarisch. Wer noch einen viel tieferen Einblick in die Mathematik hinter Deep Learning bekommen möchte und die Berechnung von gerade mal als Formel dargestellt sehen möchte, wird hier fündig.

Quelle [1]

Quellen

Quelle [1] Higham, C. F., & Higham, D. J. (2019). Deep learning: An introduction for applied mathematicians. *Siam review*, 61(4), 860-891.

Weiterführendes Material

3Blue1Brown. (2017, 5. Oktober). *Aber was *ist* nun ein neuronales Netzwerk? | Teil 1, Deep Learning* [Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=aircAruvnKk>

Elements of AI. Chapter 5: Neural Networks. <https://course.elementsofai.com/5>

Building AI. Chapter 4: Neural Networks. <https://buildingai.elementsofai.com/Neural-Networks>

Plus Magazine. *Maths in a minute: Artificial neurons*. (2021, 8. Juli) <https://plus.maths.org/content/maths-minute-artificial-neurons>

Podcast InsideHeiCAD.

Staffel 1, Folge 6. <https://www.heicad.hhu.de/aktivitaeten/der-heicadpodcast>

Grah, J. (Moderatorin), Caspers, S. (Gästin). (2021, 8. September). #6: Können neuronale Netzwerke menschliche Gehirne imitieren? [Audio-Podcast].

In *InsideHeiCAD*. Heine Center for Artificial Intelligence and Data Science.

<https://open.spotify.com/episode/2dRt4pDMvj18NKVlp1DvHS>

Disclaimer

Transkript zu dem Video „Woche 10 Theorie: Neuronale Netzwerke & die Mathe“, Joana Grah. Dieses Transkript wurde im Rahmen des Projekts ai4all des Heine Center for Artificial Intelligence and Data Science (HeiCAD) an der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf unter der Creative Commons Lizenz [CC-BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) veröffentlicht. Ausgenommen von der Lizenz sind die verwendeten Logos, alle in den Quellen ausgewiesenen Fremdmaterialien sowie alle als Quellen gekennzeichneten Elemente.