Unterrichtseinheit: Flächen- und Winkelberechnungen

Flächenberechnung

Schon gewusst?

Der Platz auf Baustellen ist begrenzt, daher sind die Kosten für Lagerflächen hoch. Aus diesem Grund muss man die Gerüstfläche und -kosten genau berechnen. Das Gerüst für ein Einfamilienhaus, das circa 400 m² Grundfläche hat, kann rund 6.000 € - 10.000 € kosten.

Flächen- und Umfangsberechnung:

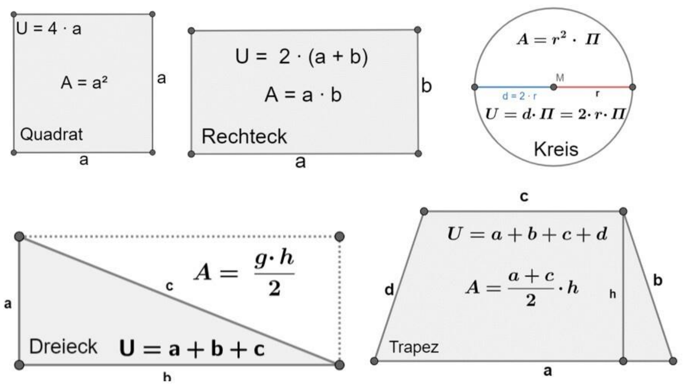


Abb. 1: Formelübersicht für die Berechnung des Flächeninhalts.

Aufgabe 1 ☆

Berechne den Flächeninhalt und den Umfang der geometrischen Figuren. Achte auf die Einheiten und rechne gegebenenfalls um.

a. Rechteck: a = 77 dm und b = 320 cm
b. Quadrat: a = 57 m
c. Kreis: r = 20,25 cm
d. Dreieck: g = 1,05 dm, h = 3,36 cm, a = 0,055 m
e. Trapez: a = 10 m, b = 0,0042 km, c = 4000 mm d = 42 dm, h = 300 cm

Aufgabe 2 ☆

Wandle die folgenden Flächeneinheiten in m² um.

1 m² = 100 dm² = 10.000 cm² = 1.000.000 mm²

a. 12.550 cm²
b. 7.250.000 mm²
c. 515 dm²
d. 28.150 dm²
e. 230 cm²
f. 412 mm²

Aufgabe 3 ☆☆

Zur Lagerung von Bordbrettern und Vertikalrahmen sollen Stapelpaletten auf einer Baustelle platziert werden. Für eine Palette ist eine Lagerfläche von 2,25 m² erforderlich. Die Gesamtlagerfläche weist eine Länge von 18 m und eine Breite von 12,5 m auf.

a. Wie viele Paletten können maximal aufgestellt werden?
b. Damit die Materialien besser zugänglich sind, soll ein langer Gang von 1,5 m Breite und 18 m Länge bleiben. Wie viele Paletten könnten dann platziert werden?

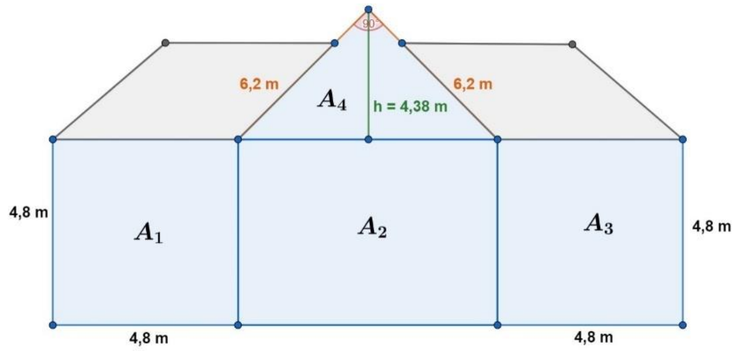
Aufgabe 4 ☆☆

Auf einer Gerüstbaustelle steht eine quadratische Lagerfläche von 144 m² zur Verfügung. Auf der Fläche sollen Gitterboxen mit einer Abmessung von 120 cm x 80 cm x 100 cm (Länge x Breite x Höhe) platziert werden, um Kleinbauteile wie zum Beispiel Gerüstkupplungen zu lagern. Wie viele Gitterboxen passen auf die vorhandene Lagerfläche, wenn wir davon ausgehen, dass sie genau nebeneinander passen? Wandle das Ergebnis in m² um und runde es auf die zweite Nachkommastelle.

Hinweis: Es gibt verschiedene Lösungswege.

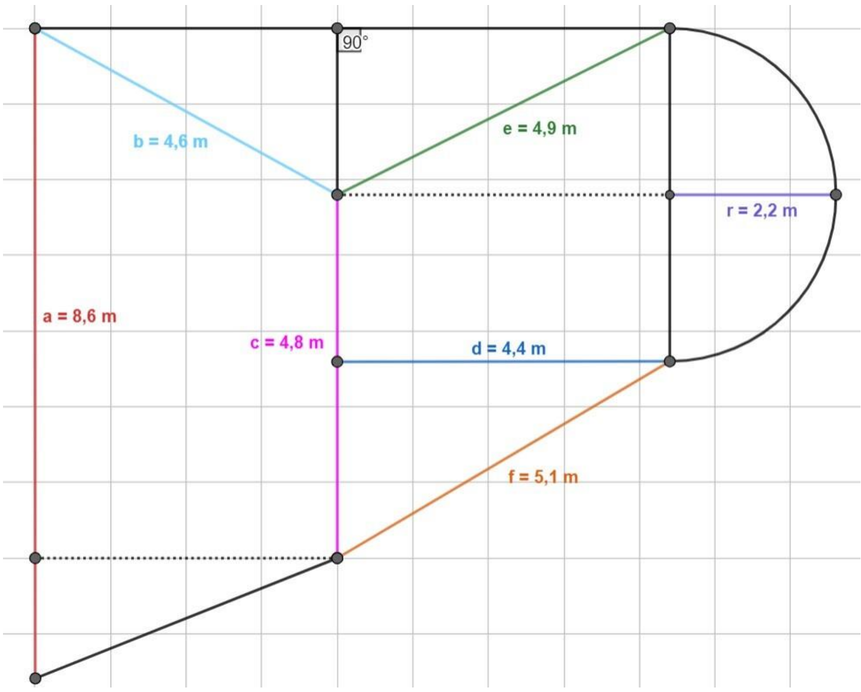
Aufgabe 5 ☆☆☆

Eine Hausfassade soll bis zum Giebel mit einem Arbeitsgerüst versehen werden. Berechne die Teilflächen A_1 bis A_4. Wie groß ist die Gesamtfläche der Hausfassade? Runde auf die zweite Nachkommastelle.



Aufgabe 6 ☆☆☆☆

Für Gerüstbauteile wird eine Lagerfläche auf der Baustelle benötigt, die mit Bauzaun abgetrennt werden soll. Berechne die Gesamtfläche und den Umfang der folgenden Fläche. Erkenne versteckte geometrische Figuren und nutze die Formeln. Runde auf eine Stelle nach dem Komma.



Lösungsvorschläge

Aufgabe 1 ☆

a. **Rechteck**: a = 77 dm und b = 320 cm

Umrechnung der Einheiten in cm:

a = 77 dm = 770 cm und b = 320 cm

Flächeninhalt des Rechtecks:

A = $a \cdot b = 770\ cm \cdot 320\ cm = 246.400\ cm^2 = 24{,}64\ m^2$

Umfang des Rechtecks:

$$U = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (770\ cm + 320\ cm) = 2 \cdot 1090\ cm = 2180\ cm = 2{,}18\ m$$

b. **Quadrat**: a = 57 m

Flächeninhalt des Quadrats:

$$A = a^2 = (57\ m)^2 = 3249\ m^2$$

Umfang des Quadrats:

$$U = 4 \cdot a = 4 \cdot 57\ m = 228\ m$$

c. **Kreis**: r = 20,25 cm

Flächeninhalt des Kreises:

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (20{,}25\ cm)^2 =$$
$$\pi \cdot 410{,}06\ cm^2 = 1288{,}24\ cm^2$$

Umfang des Kreises:

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot 20{,}25\ cm \cdot \pi =$$
$$40{,}50\ cm \cdot \pi = 127{,}23\ cm$$

d. **Dreieck**: a = 55 dm, b = 740 cm, c = 10,5 m

Umrechnung der Einheiten in cm:

a = 5,5 cm g = 10,5 cm h = 3,36 cm

Flächeninhalt des Dreiecks:

$$A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{10{,}5\ cm \cdot 3{,}36\ cm}{2} = \frac{35{,}28\ cm^2}{2}$$
$$= 17{,}64\ cm^2$$

Umfang des Dreiecks:

U = a + b + c = 550 cm + 740 cm + 1050 cm = 2340 cm = 23,4 m

e. **Trapez**: a = 10 m, b = 0,0042 km, c = 4000 mm, d = 42 dm, h = 300 cm

Umrechnung der Einheiten in m:

b = 4,2 m c = 4 m d = 4,2 m h = 3 m

Flächeninhalt des Trapezes:

$$A = \frac{(a+c)}{2} \cdot h = \frac{(10\ m + 4\ m)}{2} \cdot 3\ m = \frac{14\ m}{2} \cdot 3\ m =$$
$$7\ m \cdot 3\ m = 21\ m^2$$

Umfang des Trapezes:

U = a + b + c + d = 10 m + 4,2 m + 4 m + 4,2 m = 22,4 m

Aufgabe 2 ☆

a. 12.550 cm² = 1,255 m² ≈ 1,26 m²
b. 7.250.000 mm² = 7,25 m²
c. 515 dm² = 5,15 m²
d. 28.150 dm² = 281,5 m²
e. 230 cm² = 0,023 m²
f. 412 mm² = 0,000412 m²

Aufgabe 3 ☆☆

a. Die Gesamtlagerfläche beträgt: A = a · b = 18 m · 12,5 m = 225 m²
Auf einer Gesamtfläche von 225 m² können demnach maximal 100 Stapelpaletten platziert werden: 225 m² : 2,25 m² = 100 Stapelpaletten

b. Der Mittelgang benötigt eine Fläche von 27 m²:
A = a · b = 18 m · 1,5 m = 27 m²
225 m² - 27 m² = 198 m²
198 m² : 2,25 m² = 88 Stapelpaletten

Mit einem Gang bleibt eine Lagerfläche von 198 m², auf welcher maximal 88 Stapelpaletten platziert werden können.

Aufgabe 4 ☆☆

Zunächst berechnet man, welche Fläche eine Gitterbox der Länge a = 120 cm und der Breite b = 80 cm einnimmt. Die Unterfläche der Gitterbox ist rechteckig. Die Formel für die Berechnung eines Rechtecks ist:

A = a · b = 120 cm · 80 cm = 9.600 cm² = 0,96 m²

Auf einer quadratischen Lagerfläche von 144 m² könnten somit <u>theoretisch</u> 150 Gitterboxen platziert werden:

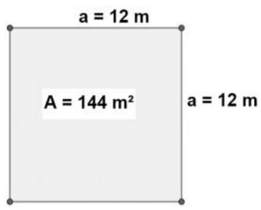
144 m² : 0,96 m² = 150

Allerdings kann man diesen Schritt auch überspringen, da er nicht aussagekräftig genug ist. Es muss geprüft werden, ob die 150 Gitterboxen auf die Lagerfläche passen. Wir benötigen dazu die Seitenlänge der quadratischen Fläche. Anschließend dividieren wir die Längen a und Breiten b der Gitterboxen durch die zur Verfügung stehende Seitenlänge der Lagerfläche. Es sind in beiden Richtungen nur ganzzahlige Ergebnisse brauchbar.

A = a² = a · a

144 m² = a²

$a = \sqrt{144\ m^2}$ = 12 m



Auf eine Fläche mit 12 m x 12 m Seitenlänge passen 150 Gitterboxen: 10 Gitterboxen in 15 Reihen.

Aufgabe 5 ☆☆☆

A_1 = a · a = a² = 4,8 m · 4,8 m = 23,04 m²

$A_1 = A_3$

A_4 = gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck

Satz des Pythagoras für die Berechnung der Hypotenuse:

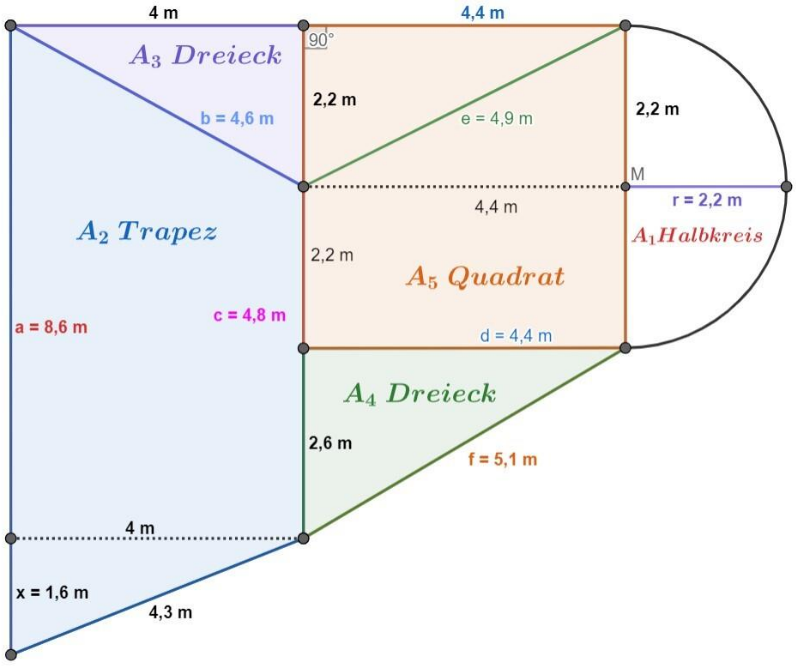
Hypotenuse = a² · b² = (6,2 m)² · (6,2 m)² = 38,44 m² + 38,44 m²= $\sqrt{76{,}88\ m^2}$ = 8,77 m

$A_4 = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{8{,}77\ m \cdot 4{,}38\ m}{2} = \frac{38{,}41\ m^2}{2} = 19{,}21\ m^2$

A_2 = a · b = 4,8 m · 8,77 m = 42,1 m²

Gesamtfläche = $A_1 + A_2 + A_3 + A_4$ = 23,04 m² + 42,1 m + 23,04 m² + 19,21 m² = <u>107,39 m²</u>

Aufgabe 6 ☆☆☆☆



Flächenberechnung:

$$\mathbf{A_1\ Halbkreis} = r^2 \cdot \pi = (2{,}2\ m)^2 \cdot \pi = 4{,}84 m^2 \cdot \pi = 15{,}21\ m^2 : 2 = \ 7{,}61\ m^2$$

A_3 Dreieck

Satz des Pythagoras für die Berechnung der 2. Kathete (g) und Höhe des Trapezes

$c^2 = a^2 + b^2$ oder $b^2 = h^2 + g^2$

$(4{,}6\ m)^2 = (2{,}2\ m)^2 + g^2$

$21{,}16\ m^2 = 4{,}84\ m^2 + g^2$

$g^2 = 21{,}16\ m^2 - 4{,}84\ m^2 = 16{,}32\ m^2 =$

$g = 4{,}03\ m \approx 4\ m$

$$A_3\ \text{Dreieck} = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{4\ m \cdot 2{,}2\ m}{2} = \frac{8{,}8\ m^2}{2} = 4{,}4\ m^2$$

$$\boldsymbol{A_2\ Trapez} = \frac{a+c}{2} \cdot h = \frac{8{,}6\ m + 4{,}8\ m}{2} \cdot 4\ m = \frac{13{,}4\ m}{2} \cdot 4\ m = \ 6{,}7\ m^2 \cdot 4\ m = 26{,}8\ m^2$$

A_5 Quadrat

Der Radius des Kreises beträgt 2,2 m, demnach ist der Durchmesser 4,4 m.

Der Radius des Kreises ist gleichzeitig Seite a des Quadrats.

$A = a^2 = (4{,}4\ m)^2 = 19{,}36\ m^2$

A_4 Dreieck

Mit dem Satz des Pythagoras die Kathete ermitteln:

$c^2 = a^2 + b^2$

$(5{,}1\ m)^2 = (4{,}4\ m)^2 + b^2$

$26{,}01\ m^2 = 19{,}36\ m^2 + b^2$

$b^2 = 26{,}01\ m^2 - 19{,}36\ m^2 = 6{,}65\ m^2 =$

$b = 2{,}58\ m \approx 2{,}6\ m$

oder den Kreisradius 2,2 m von Seite c des Trapezes 4,8 m subtrahieren: 4,8 m – 2,2 m = 2,6 m

$A_4\ \text{Dreieck} = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{4{,}4\ m \cdot 2{,}6\ m}{2} = \frac{11{,}44\ m^2}{2} = 5{,}72\ m^2$

Gesamtfläche:

$A_{gesamt} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 7{,}61\ m^2 + 26{,}8\ m^2 + 4{,}4\ m^2 + 5{,}72\ m^2 + 19{,}36\ m^2 = 60{,}89\ \underline{\underline{m^2}}$

Umfang berechnen:

Umfang des Halbkreises: $U = 2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot 2{,}2 \cdot \pi = 13{,}82\ m : 2 = 6{,}91\ m \approx 6{,}9\ m$

Fehlende Seite des Trapezes mit dem Satz des Pythagoras berechnen. Die kleine Seite ist:

$x = a - r - c = 8{,}6\ m - 2{,}2\ m - 4{,}8\ m = 1{,}6\ m$

$a^2 + b^2 = c^2$

$(1{,}6\ m)^2 + (4m)^2 = 18{,}56\ m^2$

$c = 4{,}3\ m$

Umfang$_{gesamt}$ = 6,9 m + 5,1 m + 4,3 m + 1,6 m + 8,6 m + 4 m + 4,4 m = 34,9 m