

$$f(t) = \int_0^{\infty} a(\omega) \cdot \cos(\omega t) + b(\omega) \cdot \sin(\omega t)$$

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \cos(\omega t) dt$$

$$a_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(t) dt$$

$$c_n = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(t) e^{-jn\pi t/L} dt$$

$$b(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \sin(\omega t) dt$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cdot \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) dt$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cdot \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right) dt$$

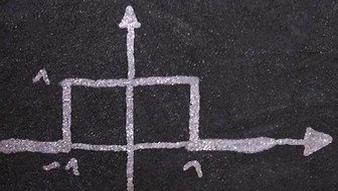
$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cdot \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) + b_n \cdot \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right) \right)$$

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\pi t/L}$$

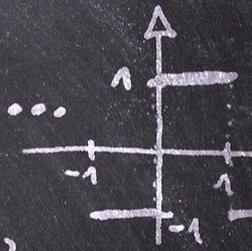
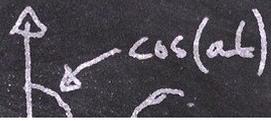
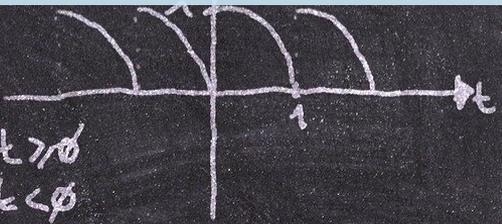
$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} c(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

Funktionen

Jedem x sein y



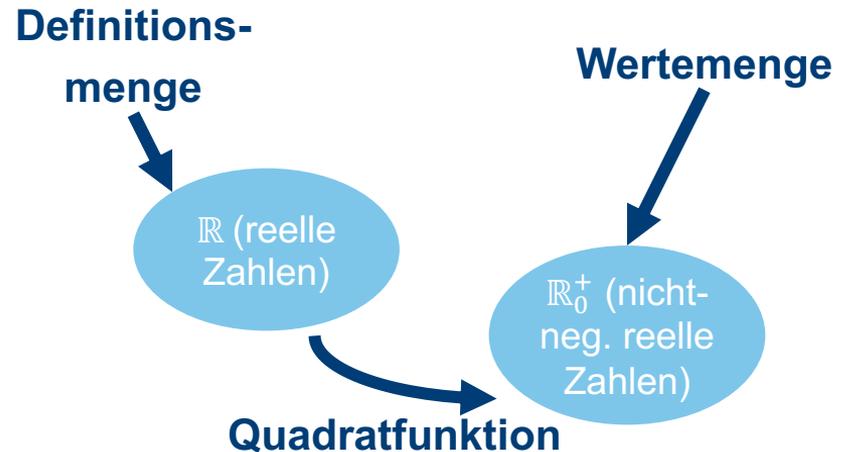
$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



**Eine Funktion beschreibt eine
Beziehung zwischen zwei Mengen
von Objekten**

Beispiel: Die Quadratfunktion

- ordnet jeder Zahl x ihr Quadrat x^2 zu
 - $0 \mapsto 0$
 - $1 \mapsto 1$
 - $2 \mapsto 4$
 - $3 \mapsto 9$
- auch negativen Zahlen
 - $-1 \mapsto 1$
 - $-2 \mapsto 4$
 - $-3 \mapsto 9$
- auch nicht-natürlichen Zahlen
 - $0,5 \mapsto 0,25$
- (das Ergebnis ist nie negativ)



**Drag and Drop: Ordne den
Zahlen ihr Quadrat zu!**

leicht

**Drag and Drop: Ordne den
Zahlen ihre Wurzel zu!**

mittel

Formalitäten

Namen

- eine Funktion bekommt meist einen Namen
- manche Namen bezeichnen gebräuchliche Funktionen, z.B.
sin, cos, tan, log, exp, ...
- manchmal wählt man nur einen Platzhalter
f, g, h, ...

Schreibweise

- als Zuordnungsanweisung

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$$

oder auch genauer:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_0^+, x \mapsto x^2$$

- als Funktionsgleichung

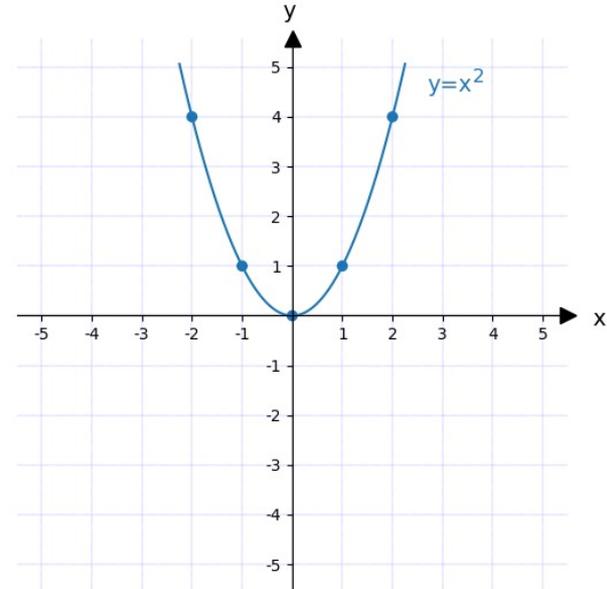
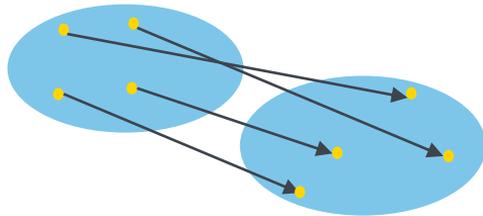
$$f(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$$

oder auch:

$$f: y = x^2, x \in \mathbb{R}$$

Darstellung als Graph

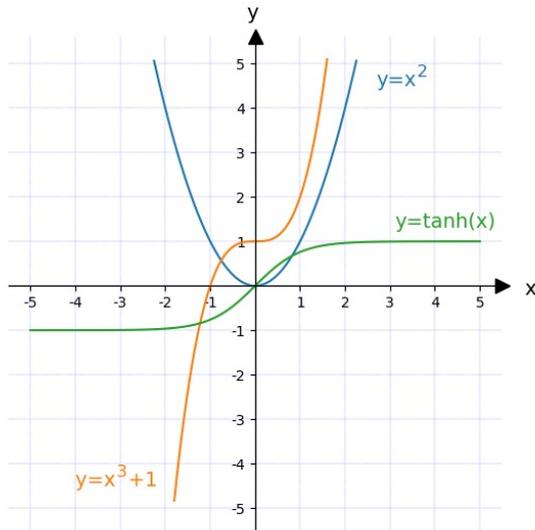
- Punkte zeigen die Werte für $x = -2, -1, 0, 1, \text{ und } 2$
- Quadratfunktion ist für alle Zahlen entlang der x -Achse definiert (\mathbb{R})
- siehe durchgezogene Linie: für jedes x gibt es ein y
- für Funktionen gilt: es muss für jedes x aus der Definitionsmenge ein eindeutiges y geben



**Jedem Objekt x wird genau ein
Objekt y zugeordnet**

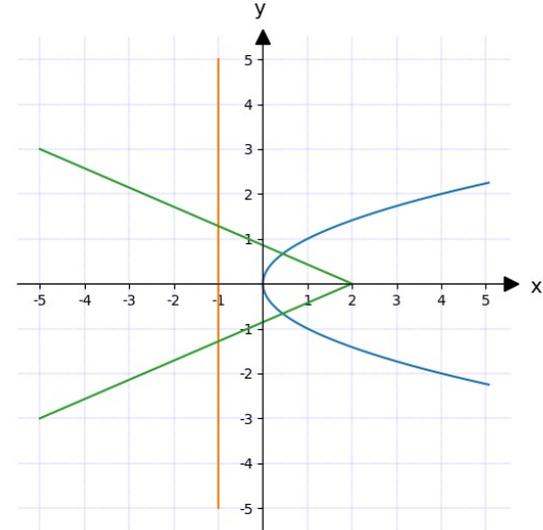
Beispiele

Funktionen



jedem x genau ein y ✓

keine Funktionen



manche x bekommen mehrere Werte zugeordnet ⚡

Drag and Drop: Ist das eine Funktion? (Teil 1)

mittel

Drag and Drop: Ist das eine Funktion? (Teil 2)

mittel

Drag and Drop: Ist das eine Funktion? (Teil 3)

mittel

Drag and Drop: Ist das eine Funktion? (Teil 4)

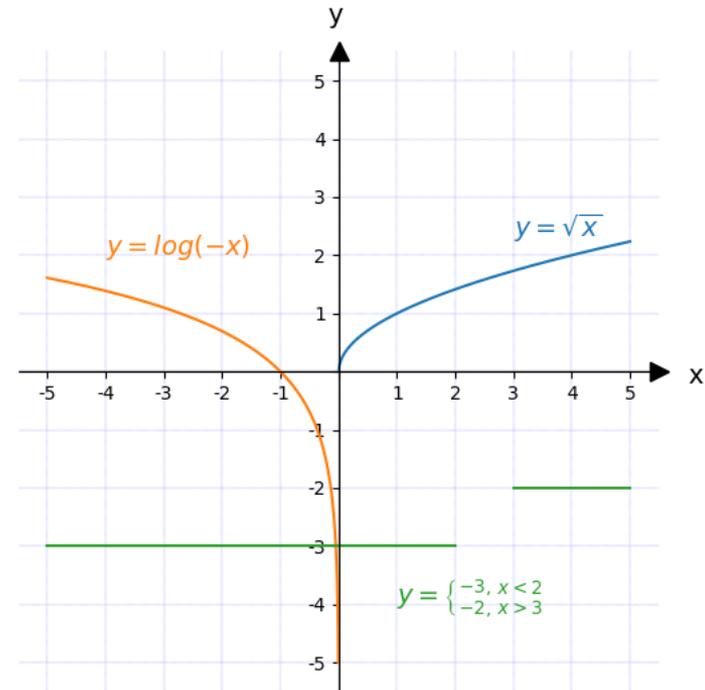
mittel

Drag and Drop: Ist das eine Funktion? (Teil 5)

mittel

Nicht definierte Bereiche

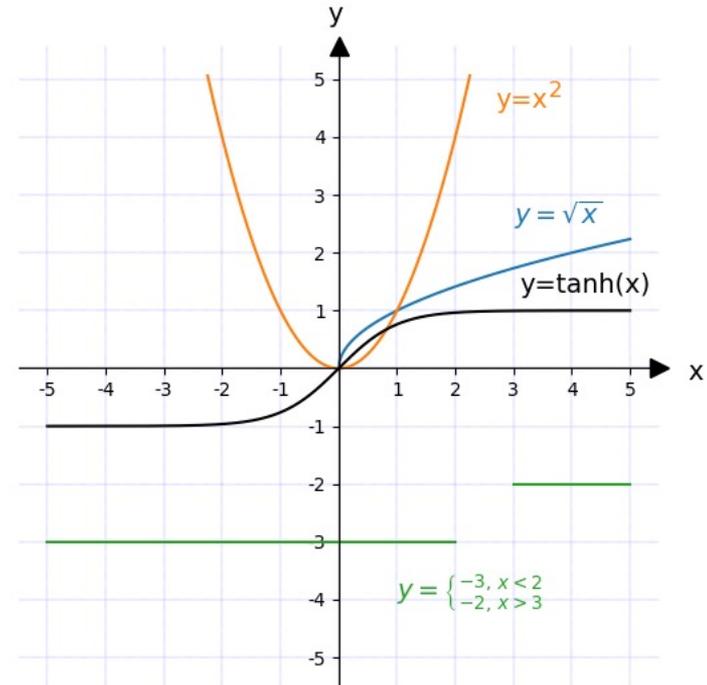
- jedes x aus der Definitionsmenge bekommt ein y zugeordnet
- Definitionsmenge muss nicht den gesamten Zahlenbereich enthalten, z.B.:
 - Wurzel ist nur für positive reelle Zahlen und 0 definiert (\mathbb{R}_0^+)
 - Logarithmen nur für \mathbb{R}^+ , daher der Logarithmus von $-x$ nur für \mathbb{R}^-
 - Funktionen können auch so definiert sein, dass sie nur für bestimmte Bereiche Werte liefern, hier bis 2 und ab 3



Die Definitionsmenge kann Lücken enthalten

Wertemengen

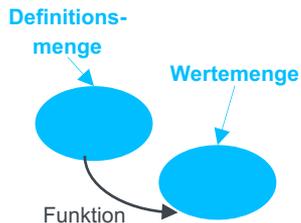
- ebenso muss der Wertebereich nicht den gesamten Zahlenbereich umfassen, z.B.:
 - Wurzel und Quadrat ergeben nur \mathbb{R}_0^+
 - tanh ergibt nur Werte im Bereich -1 bis 1
 - dies spielt später bei neuronalen Netzen eine Rolle!
 - die vorhin selbst definierte Funktion ergibt nur die Wertemenge $\{-3, -2\}$



Die Wertemenge kann Lücken enthalten

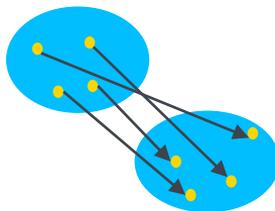
Zusammenfassung

Beziehung zwischen Objekten



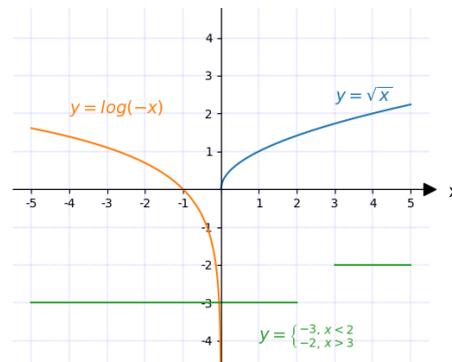
Eine Funktion beschreibt eine Beziehung zwischen zwei Mengen von Objekten

Eindeutigkeit



Jedem Objekt x wird genau ein Objekt y zugeordnet

Definitionslücken



Definitionsmenge und Wertemenge können Lücken enthalten

Dr. Antje Schweitzer

Universität Stuttgart
Institut für Maschinelle Sprachverarbeitung



Universität Stuttgart

Institut für Maschinelle Sprachverarbeitung
Institut für Software Engineering



IHK Industrie- und Handelskammer
Reutlingen

Reutlingen | Tübingen | Zollernalb



IHK Region Stuttgart



IHK Industrie- und Handelskammer
Karlsruhe



LMU LUDWIG-
MAXIMILIANS-
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

Lizenzbestimmungen

“Funktionen” von Antje Schweitzer, KI B³ / Uni Stuttgart

Das Werk - mit Ausnahme der folgenden Elemente:

- Logos der Verbundpartner und des Förderprogramms
- im Quellenverzeichnis aufgeführte Medien

ist lizenziert unter:

 [CC BY 4.0 \(https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de)

(Namensnennung 4.0 International)

Quellenverzeichnis

Titelfoto: geladen von <https://pixabay.com/de/photos/tafel-mathematik-schule-lernen-4855963/>, lizenziert unter Pixabay-Lizenz (<https://pixabay.com/de/service/license/>)