Bestimmung eines Dreiecks aus Seite,

Seitenhalbierender einer zweiten Seite und zugehöriger Höhe

Mögliche Kombinationen: (a, s_b, h_b), (a, s_c, h_c), (b, s_a, h_a), (b, s_c, h_c), (c, s_a, h_a), (c, s_b, h_b)

Gegeben:	a, s_b, h_b
Gesucht:	b
Voraussetzung:	$h_b < a$, $h_b \leq s_b$

Konstruktion:

Seite [BC] mit Länge a

F liegt

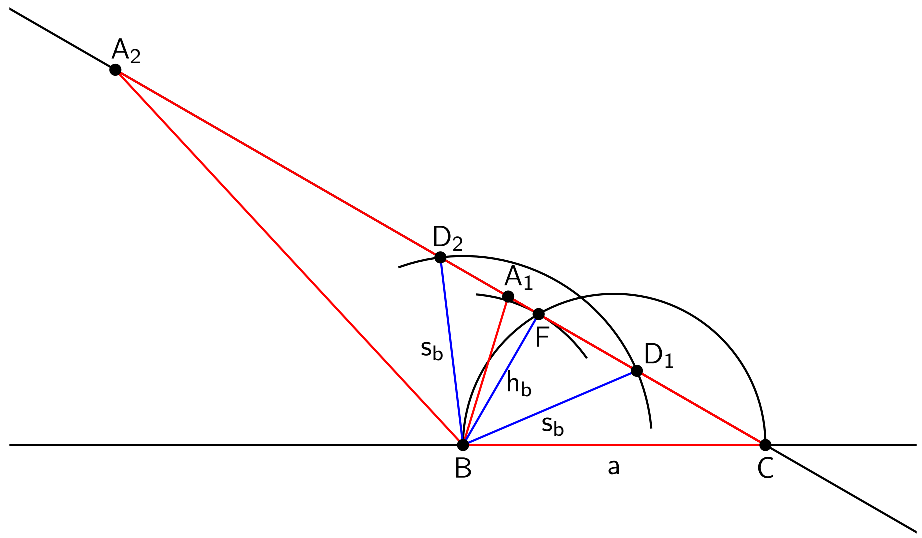
1. auf dem Thaleskreis über [BC]
2. auf dem Kreis um B mit Radius h_b

D_1 liegt

1. auf der Geraden CF
2. auf dem Kreis um B mit Radius s_b

A_1 ist der Spiegelpunkt von C bezüglich D_1 (Punktspiegelung).

2. Lösung entsprechend!



Begründung der Konstruktion:

Der Fußpunkt F der gegebenen Höhe muss wegen des rechten Winkels auf dem Thaleskreis über $[\mathsf{BC}]$ liegen. Die weitere Konstruktion berücksichtigt die Definition der Seitenhalbierenden, nach der $\overline{\mathsf{A_1D_1}} = \overline{\mathsf{D_1C}}$ bzw. $\overline{\mathsf{A_2D_2}} = \overline{\mathsf{D_2C}}$ gelten muss.

Rechnung:

Die Seitenlänge b_1 bzw. b_2 ergibt sich aus dem Satz des Pythagoras:

$$\begin{aligned}
b_1 &= \overline{\mathsf{A_1C}} \\
&= 2\,\overline{\mathsf{D_1C}} \\
&= 2\left(\overline{\mathsf{FC}} - \overline{\mathsf{FD_1}}\right) \\
&= 2\left(\sqrt{a^2 - h_b^2} - \sqrt{s_b^2 - h_b^2}\right) \\
b_2 &= \overline{\mathsf{A_2C}} \\
&= 2\,\overline{\mathsf{D_2C}} \\
&= 2\left(\overline{\mathsf{FC}} + \overline{\mathsf{D_2F}}\right) \\
&= 2\left(\sqrt{a^2 - h_b^2} + \sqrt{s_b^2 - h_b^2}\right)
\end{aligned}$$

Die erste Lösung (b_1) entfällt für $s_b > a$.

Quelle: Steffen Polster, Mathematik alpha, Lexikon
`mathematikalpha.de/lexikon`

Walter Fendt, 25. März 2023