

Wiederholung: Bruchgleichungen

Als Grundmenge der folgenden Bruchgleichungen wird die Menge der rationalen Zahlen (\mathbb{Q}) vorausgesetzt. Gesucht sind jeweils der Definitionsbereich und die Lösungsmenge.

a) $\frac{4x^2 + 1}{2x + 7} - 2x = -5$

b) $\frac{7x - 1}{x} - \frac{3x}{x + 3} = 4$

c) $\frac{x + 5}{x + 4} - 1 = \frac{2}{x + 5}$

d) $\frac{2}{x} - \frac{1}{x - 1} - \frac{1}{x - 2} = 0$

e) $\frac{2x + 3}{2x + 1} - \frac{2x - 1}{2x} = \frac{1}{4x^2 + 2x}$

f) $\frac{3x - 5}{x^2 - 1} - \frac{2x + 9}{x^2 - x} = \frac{1}{x + 1}$

g) $\frac{x}{(x - 2)(x + 1)} - \frac{2}{x^2 - 4x + 4} = \frac{1}{x + 1}$

h) $\frac{x - 5}{x^2 + 5x} - \frac{x + 5}{x^2 - 5x} + \frac{20}{x^2 - 25} = 0$

i) $\frac{2}{4x^2 + 20x + 25} - \frac{1}{4x^2 - 25} = \frac{1}{4x^2 - 20x + 25}$

j) $\frac{x + 2}{x - 7} + \frac{x^2 - 6x + 12}{x^2 - 6x + 9} = \frac{2x + 3}{x - 3}$

k) $\frac{1}{64x^3 - 96x^2 + 36x} + \frac{1}{16x^2 + 12x} = \frac{1}{16x^2 - 9}$

l) $\frac{x + 1}{x^3 + 10x^2 + 25x} - \frac{3 - 2x}{x^3 - 10x^2 + 25x} = \frac{2x + 5}{x^3 - 25x} + \frac{x + 8}{(x^2 - 25)(x + 5)}$

m) $\frac{\frac{3}{x} - 5}{\frac{1}{x} + 8} = 5 - \frac{\frac{2}{x} - 1}{\frac{1}{x} + 1} \quad (\text{Substitution!})$

n) $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 2x - 5} - \frac{5x^2}{x^4 - 4x^2 - 20x - 25} = 1 \quad (\text{Definitionsbereich zu schwierig})$

Ergebnisse (Lösungsmengen):

a) $\{9\}$

b) $\{\frac{3}{8}\}$

c) $\{-3\}$

d) $\{1\frac{1}{3}\}$

e) $\{ \}$

f) $\{-\frac{3}{5}\}$

g) $\{ \}$

h) $\mathbb{Q} \setminus \{-5; 0; +5\}$

i) $\{\frac{5}{6}\}$

j) $\{3\frac{4}{13}\}$

k) $\{1\frac{1}{2}\}$

l) $\{-\frac{3}{5}\}$

m) $\{-\frac{32}{53}\}$

n) $\{-2\frac{1}{2}\}$