## Bestimmung eines Dreiecks

## aus zwei Seiten und einer zugehörigen Höhe

Mögliche Kombinationen: $(a, b, h_a)$, $(a, b, h_b)$, $(a, c, h_a)$, $(a, c, h_c)$, $(b, c, h_b)$, $(b, c, h_c)$

| | |
|---|---|
| Gegeben: | $a,\ b,\ h_a$ |
| Gesucht: | $c$ |

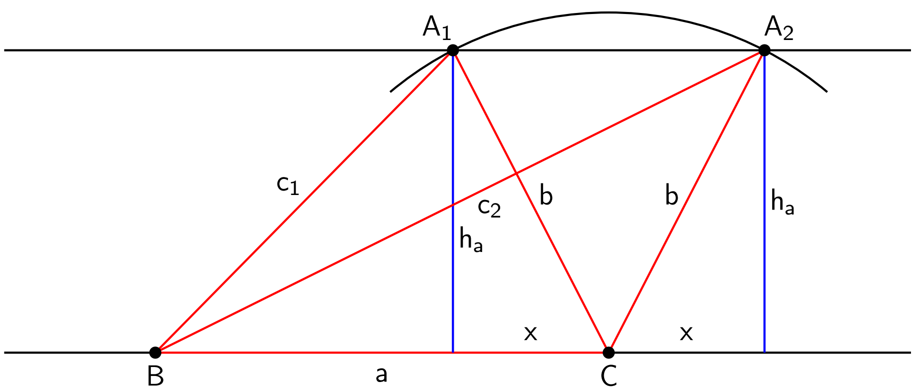
**Konstruktion:**

Strecke [BC] mit Länge $a$

$A_1$ liegt

1. auf dem Kreis um C mit Radius $b$
2. auf einer Parallelen zu BC im Abstand $h_a$

2. Lösung entsprechend!




**Begründung der Konstruktion:**

Die Höhe $h_a$ ist der Abstand der Ecke $A_1$ bzw. $A_2$ von der Geraden BC. Punkte mit dieser Eigenschaft liegen auf einer Parallele zu BC im Abstand $h_a$. Außerdem ist $\overline{A_1C} = b$ bzw. $\overline{A_2C} = b$ gefordert. Daher müssen $A_1$ und $A_2$ auf dem Kreis um C mit Radius $b$ liegen.

**Rechnung:**
Als Hilfsgröße wird die Streckenlänge $x$ verwendet (Pythagoras!):

$$x = \sqrt{b^2 - h_a^2}$$

Bei der Berechnung der Seitenlänge $c$ wird noch einmal der Satz des Pythagoras benötigt.

Seitenlänge $c_1$ (1. Lösung):

$$\begin{aligned} c_1 &= \sqrt{(a-x)^2 + h_a^2} \\ &= \sqrt{\left(a - \sqrt{b^2 - h_a^2}\right)^2 + h_a^2} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2 - 2\,a\,\sqrt{b^2 - h_a^2}} \end{aligned}$$

Seitenlänge $c_2$ (2. Lösung):

$$\begin{aligned} c_2 &= \sqrt{(a+x)^2 + h_a^2} \\ &= \sqrt{\left(a + \sqrt{b^2 - h_a^2}\right)^2 + h_a^2} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2 + 2\,a\,\sqrt{b^2 - h_a^2}} \end{aligned}$$

Walter Fendt, 14. März 2023