Bestimmung eines Dreiecks aus Seite, anliegendem Winkel und Seitenhalbierende der gegebenen Seite

Mögliche Kombinationen: (a, β, s_a), (a, γ, s_a), (b, α, s_b), (b, γ, s_b), (c, α, s_c), (c, β, s_c)

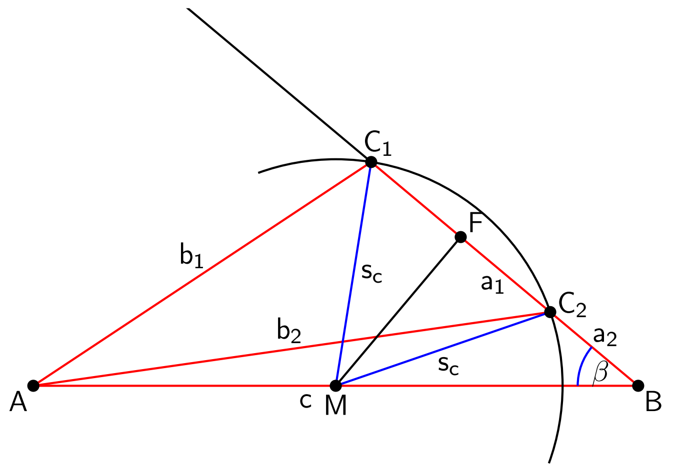
Gegeben:	$c,\ \beta,\ s_c$
Gesucht:	a
Voraussetzung:	$s_c \geq \frac{c \sin\beta}{2}$

Konstruktion:

Strecke [AB] mit Länge c
M sei der Mittelpunkt von A und B.
C_1 liegt

1. auf dem freien Schenkel des Winkels β, angetragen an [AB] in A
2. auf dem Kreis um M mit Radius s_c

2. Lösung entsprechend!



Rechnung:

Ist F der Fußpunkt des Lotes von M auf den freien Schenkel von β, so gilt:

$$\overline{\mathsf{MF}} = \frac{c \sin\beta}{2}$$
$$\overline{\mathsf{FB}} = \frac{c \cos\beta}{2}$$

Mithilfe des Satzes von Pythagoras erhält man daraus:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{c \cos\beta}{2} + \sqrt{s_c^2 - \frac{c^2 \sin^2\beta}{4}} \\ a_2 &= \frac{c \cos\beta}{2} - \sqrt{s_c^2 - \frac{c^2 \sin^2\beta}{4}} \end{aligned}$$

Für $s_c < \frac{c \sin\beta}{2}$ gibt es keine Lösung, da die Wurzel nicht definiert ist. Für $s_c = \frac{c \sin\beta}{2}$ gibt es genau eine Lösung, für $\frac{c \sin\beta}{2} < s_c < c$ genau zwei Lösungen und für $s_c \geq c$ genau eine Lösung.

Walter Fendt, 17. März 2023