Bestimmung eines Dreiecks

aus zwei Seiten und der Seitenhalbierenden der dritten Seite

Mögliche Kombinationen: (a, b, s_c), (a, c, s_b), (b, c, s_a)

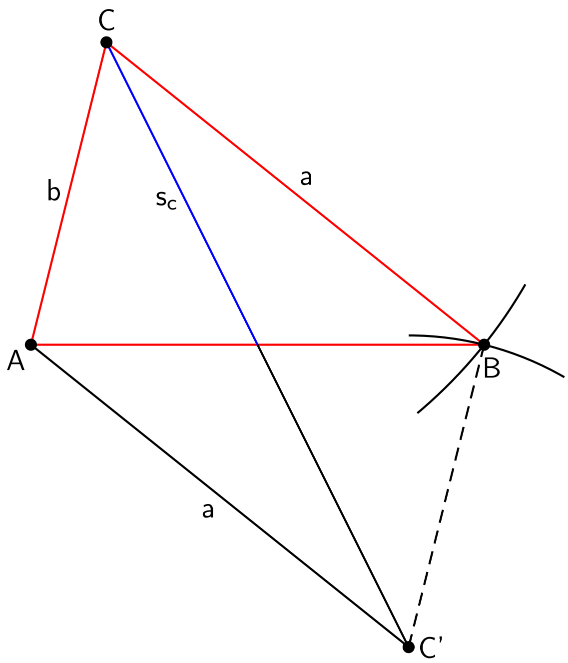
Gegeben:	$a,\ b,\ s_c$
Gesucht:	c

Konstruktion:

Dreieck $\mathsf{CAC'}$ mit $\overline{\mathsf{CA}} = b$, $\overline{\mathsf{AC'}} = a$ und $\overline{\mathsf{C'C}} = 2\,s_c$

B liegt

1. auf dem Kreis um C mit Radius a
2. auf dem Kreis um $\mathsf{C'}$ mit Radius b



Begründung der Konstruktion:

Der Punkt $\mathsf{C'}$ ist so gewählt, dass $\mathsf{AC'BC}$ ein Parallelogramm ist. Da sich die Diagonalen eines Parallelogramms gegenseitig halbieren, muss $\overline{\mathsf{CC'}} = 2\,s_c$ gelten. Weil außerdem gegenüberliegende Seiten eines Parallelogramms gleich lang sind, muss $\overline{\mathsf{C'B}} = b$ sein, das heißt B muss auf dem Kreis um $\mathsf{C'}$ mit Radius b liegen.

Rechnung:

Die Formel

$$s_c = \frac{1}{2}\sqrt{2\,(a^2+b^2)-c^2}$$

lässt sich nach c auflösen:

$$\begin{aligned} 4\,s_c^2 &= 2\,a^2 + 2\,b^2 - c^2 \\ c^2 &= 2\,a^2 + 2\,b^2 - 4\,s_c^2 \\ c &= \sqrt{2\,(a^2 + b^2 - 2\,s_c^2)} \end{aligned}$$

Walter Fendt, 13. März 2023